|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLIMPIC LỚP 11 CẤP TỈNH**  **Năm học 2016 – 2017** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | Môn thi : **TOÁN**  Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày thi : **25/3/2017** |

**Câu 1 (3,0 điểm).** Giải các phương trình sau:

a)  b) 

**Câu 2 (4,0 điểm).**

a) Chứng minh bất đẳng thức sau bằng phương pháp quy nạp:

 ,.

b) Cho dãy số  thỏa:  .

Tìm số hạng tổng quát của  và tính .

**Câu 3 (4,0 điểm).**

a) Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa: là số có 8

chữ số, trong đó có 2 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 2 lần.

b) Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

**Câu 4 (2,0 điểm).** Cho hàm số  

Tìm giá trị của m để hàm số  liên tục tại .

**Câu 5 (3,0 điểm).**

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  cho tam giác  có trọng tâm  và trực tâm . Phương trình đường tròn đi qua ba trung điểm của ba cạnh ,, là  . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**Câu 6 (4,0 điểm).**

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O,, . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD); M là trung điểm của OB.

a) Gọi  góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SCD). Tính .

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CM theo .

**–––––––––––– Hết ––––––––––––**

Họ và tên thí sinh: …..…………………………………….; Số báo danh: ……………………...

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLIMPIC LỚP 11 CẤP TỈNH**  **Năm học 2016 – 2017** |
|  | **ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM** |
|  | **Môn thi: TOÁN** |
|  | (*Đáp án – Thang điểm gồm 06 trang*) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1 (3,0 điểm)** | | |
| **a** |  | **1,5** |
|  |  | 0.25  0.25  0.25 |
| Vậy phương trình có nghiệm là: | 0.25  0.25  0.25 |
| **b** |  | **1,5** |
|  |  | 0.25  0.25  0.25 |
| \* | 0.25  0.25 |
| Vậy phương trình có nghiệm là: | 0.25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2 (4,0 điểm)** | | |
| **a** | *Chứng minh bất đẳng thức sau bằng phương pháp quy nạp:*  *,.* | **2,0** |
|  | - Xét : Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành  (đúng).  - Giả sử bất đẳng trên đúng với một số tự nhiên  tùy ý () tức là:    + Ta đi chứng minh bất đẳng thức đã cho đúng với , tức là đi chứng minh  (1)  Từ giả thiết quy nạp ta có:  Do đó để chứng minh (1), ta chỉ cần chứng minh:  (2)  Ta có:  (đúng)  Suy ra (1) đúng, hay bất đẳng thức đã cho đúng với .  Vậy bất đẳng thức đã cho đúng với mọi số thự nhiên  thỏa . | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **b** | Cho dãy số  thỏa: .  Tìm số hạng tổng quát của  và tính . | **2,0** |
|  | Dễ dàng chứng minh được .  Do đó  (1).  Đặt  ; khi đó từ (1) suy ra:  .  Suy ra: . | 0.25  0.5  0.5  0.5 |
| Do đó | 0.25 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 3 (4,0 điểm)** | | | | | |
| **a** | | *Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa: là số có 8 chữ số, trong đó có 2 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 2 lần.* | | | **2,0** |
|  | | **\* Bước 1:** *Xét số có 8 chữ số , trong đó có hai chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng hai lần (kể cả số có chữ số 0 đứng đầu).*  - Từ 10 chữ số chọn ra 5 chữ số khác nhau gồm 2 số lẻ và 3 số chẵn có cách chọn.  + Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số trong đó có 2 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng hai lần là  số.  + Vậy với  cách chọn ở trên ta tạo được số (kể cả số 0 đứng đầu tiên)  **\* Bước 2:** *Xét các số thoả mãn điều kiện ở bước 1 mà có chữ số 0 đứng đầu .*  *- Từ 9 số đã cho (bỏ số 0) chọn ra 4 số khác nhau gồm 2 số lẻ và 2 số chẵn (vì đã có số 0 đứng đầu) có cách chọn.*  + Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số có số 0 đứng đầu, trong đó có mặt 2 chữ số lẻ khác nhau, 3 chữ số chẵn khác nhau và mỗi chữ số chẵn khác 0 có mặt đúng hai lần là  số.  + Vậy với cách chọn ở trên ta tạo được số ( ở bước 2)  \* Từ 2 bước trên suy ra số các số thoả đề bài là:  số | | | 0.25  0.5  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **b** | | *b) Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.* | | | **2,0** |
|  | | Gọi đa giác là A1A2.....A24  Số phần tử của không gian mẫu là  Gọi A là biến cố chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu, ba cạnh này cùng màu đỏ.  Gọi B là biến cố chọn được tam giác có đúng 1 cạnh màu xanh (cạnh đa giác)  Giả sử xét cạnh màu xanh A1A2, ta có 20 cách chọn đỉnh Ai ( Ai {A4; A5;...;A23})  Nên số phần tử của B là n(B) = 24.20 = 480 . | | | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| Gọi C là biến có chọn được tam giác có hai cạnh màu xanh, như vậy tam giác đó có hai cạnh là hai cạnh liên tiếp của đa giác, nên n(C) = 24  Ta có n(A) + n(B) + n(C) = n()  Suy ra số phần tử biến cố A là    Vậy xác suất của biến cố A là | | | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **Câu 4 (2,0 điểm)** | | | | | |
| *Cho hàm số*  *Tìm giá trị của m để hàm số  liên tục tại .* | | | | | |
|  |  | | | 0,25 | |
|  | | | 0,25 | |
|  | | | 0,25 | |
| + Tính được: | | | 0,5 | |
| + Tính được: | | | 0,25 | |
| Suy ra | | |  | |
| Để  liên tục tại  thì | | | 0,25 | |
| Suy ra:  là giá trị cần tìm. | | | 0,25 | |
| **Câu 5 (3,0 điểm)** | | | | | |
| *Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  cho tam giác  có trọng tâm  và trực tâm . Phương trình đường tròn đi qua ba trung điểm của ba cạnh ,, là  . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác .* | | | | | |
|  | |  | | |  |
|  | | - Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB.  - Gọi I, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh HA, HB, HC.  +  và . Suy ra  (1).  + Tương tự, chứng minh được  (2).  Từ (1) và (2) suy ra M nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF. | | | 0.5  0.25  0.25 |
| - Tương tự, N và P nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF.  Suy ra sáu điểm: M, N, P, I, E, F cùng nằm trên một đường tròn.  Như vậy đường tròn qua I;E;F cũng qua ba trung điểm ba cạnh. Do đó xét phép vị tự tâm G tỉ số  biến đường tròn (IEF) thành đường tròn (ABC)  Ta có đường tròn (IEF) có tâm  bán kính . | | | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| Gọi *O2* là tâm đường tròn (ABC) ta có: , ta tìm được  Bán kính  . Khi đó phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: | | | 0.5  0.25  0.25 |
| **Câu 6 (4,0 điểm)** | | | | | |
| *Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O,, . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD); M là trung điểm của OB.*  *a) Gọi  góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SCD). Tính .*  *b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CM theo .* | | | | | |
| (Hình vẽ phục vụ câu a - **0,5 điểm**) | | | | | |
| **a** | | *Gọi  góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SCD). Tính .* | ***1,5*** | | |
|  | | + Lập luận được SA vuông góc với (ABCD). | 0,25 | | |
| + Gọi H là là hình chiếu vuông góc của A lên SD  + Chứng minh được AH vuông góc với (SCD). | 0,25 | | |
| + Gọi E là trung điểm của CH. Suy ra  + Suy ra hình chiếu vuông góc của SO lên (SCD) là SE.  + Suy ra được góc giữa SO và (SCD) là góc , hay . | 0,25 | | |
| +Trong tam giác vuông  tại E có:  + | 0,25 | | |
| ; | 0,25 | | |
| Suy ra | 0,25 | | |
| **b** | | *Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CM theo .* | ***2,0*** | | |
|  | | + Qua B dựng đường thẳng d song song với CM, hạ AK vuông góc với d tại K .  + Đường thẳng CM cắt AB và AK lần lượt tại N và F.  Chứng minh được NA=2NB. | 0,25 | | |
| + Suy ra:  . | 0,25 | | |
| + Chứng minh được . Suy ra được | 0,25 | | |
| , | 0,25 | | |
| Suy ra: ; | 0,25 | | |
|  | | Tính được: hay | 0,5 | | |
| Suy ra | 0,25 | | |

**Ghi chú:** Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.