|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLYMPIC QUẢNG NAM NĂM 2019** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |  Môn thi : **TOÁN LỚP 10** Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* Ngày thi : **21/03/2019** |

**Câu 1 (5,0 điểm).**

 a) Giải bất phương trình 

 b) Giải hệ phương trình 

**Câu 2 (4,0 điểm).**

 a) Vẽ đồ thị hàm số . Từ đó suy ra tất cả các giá trị của tham số **để phương trình có 4 nghiệm phân biệt .

 b) Cho Parabol *(P)* có phương trình và đường thẳng *(d)* có phương trình  (*m* là tham số). Xác định tất cả các giá trị của tham số *m* để đường thẳng *(d)* cắt Parabol *(P)* tại hai điểm phân biệt *A*, *B* sao cho tam giác *OAB* có diện tích bằng  (*đvdt*), trong đó *O* là gốc tọa độ.

**Câu 3 (4,0 điểm).**

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số sau:

.

 b) Cho *a*, *b*, *c* là ba số thực dương. Chứng minh rằng:

.

**Câu 4 (4,0 điểm).**

 a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình chữ nhật *ABCD* có cạnh *AB* nằm trên đường thẳng có phương trình  và trung điểm của đoạn *AD* là điểm. Biết rằng *BD* tạo với *AD* một góc  có  và điểm *B* có tung độ là số nguyên. Tìm tọa độ các điểm *A, B, C, D.*

 b) Cho tam giác *ABC* có *AB = 4*, *AC = 3*, *BC = 5*. Gọi *D* là chân đường phân giác trong của góc  và *G* là trọng tâm của tam giác *ABC*. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADG* .

**Câu 5 (3,0 điểm).**

a) Cho tam giác . Gọi  là điểm xác định bởi  và là trung điểm . Gọi  là điểm thỏa mãn  với .

 i) Biểu diễn  và  theo các vectơ  và .

 ii) Tìm  để ba điểm  thẳng hàng.

 b) Cho tam giác ABC có ,  và . Gọi *M* là trung điểm của cạnh *BC* và điểm *N* thỏa mãn . Tính độ dài đoạn *MN*.

**–––––––––––– Hết ––––––––––––**

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

*Họ và tên thí sinh: …..………………………….………. Số báo danh: ……….………*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLYMPIC QUẢNG NAM NĂM 2019** |
|  | **ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM** |
|  | **Môn thi: TOÁN 10** |
|  | (*Đáp án – Thang điểm gồm 06 trang*) |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Câu 1****(5,0 điểm)** |  ***a)*** *Giải bất phương trình*  | **2,0** |
|  Điều kiện:  | **0,5** |
| ▪ Với điều kiện thì : bất phương trình (1) vô nghiệm.  | **0,5** |
| ▪ Với điều kiện thì cả hai vế của bất phương trình (1) đều dương  Bất phương trình (1) tương đương   | **0,25** |
|    : thỏa mãn   | **0,5** |
| ▪ Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là  | **0,25** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***b)*** *Giải hệ phương trình*  | **3,0** |
|  Điều kiện:  và  | **0,25** |
| ▪ Pt(1) *(xem đây là phương trình bậc hai đối với )*  | **0,5** |
| ▪ Với  thay vào phương trình (2) ta được:  (3) | **0,25** |
|  + Đặt   phương trình (3) thành   | **0,25** |
|  + Suy ra  | **0,25** |
|  | **0,5** |
|  + Khi và khi  : thỏa điều kiện | **0,25****Trang 1** |
| ▪ Với  suy ra  mà điều kiện nên suy ra Khi  : Thử lại ta có  là nghiệm | **0,5** |
| ▪ Vậy nghiệm của hệ phương trình là:  và . | **0,25** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2****(4,0 điểm)** |  ***a)*** *Vẽ đồ thị hàm số . Từ đó suy ra tất cả các giá trị của tham số để phương trình  có 4 nghiệm phân biệt.* | **2,0** |
| +  |  |
| ▪ Ta có   | **0,25** |
| ▪ Vẽ đúng phần Parabol  ứng với  (*phải đi qua các điểm B(-1;0), C(3;0), D(-2;5), E(4;5) hoặc tương tự*)  | **0,25** |
| ▪ Vẽ đúng phần Parabol  ứng với  (*phải đi qua điểm A(1;4)*)  | **0,25** |
| ▪ Đồ thị cân đối  | **0,25** |
| ▪ Đặt . Dựa vào đồ thị ta có phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số và đường thẳng cắt nhau tại 4 điểm phân biệt   | **0,25** |
| ▪  luôn đúng với mọi *m*. | **0,25** |
| ▪  | **0,25** |
| ▪ Do đó Vậy các giá trị cần tìm của *m* là  | **0,25****Trang 2** |
|  | ***b)*** *Cho Parabol (P) có phương trình và đường thẳng (d) có phương trình (m là tham số). Xác định tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng (đvdt), trong đó O là gốc tọa độ.* | **2,0** |
| ▪ Xét phương trình hoành độ giao điểm của *(P)* và *(d)*   (\*) | **0,25** |
| ▪ Đk : *(d)* cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt *A*, *B*Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt   | **0,5** |
| ▪ Khi đó :; trong đó là hai nghiệm của pt(\*) Ta có :  | **0,5** |
|  | **0,25** |
| ▪ Theo đề :   : thỏa  (vì ) Vậy  | **0,5** |
| **Câu 3****(4,0 điểm)** | ***a)*** *Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số sau:*  | **2,0** |
| ▪ Hàm số viết lại   | **0,25** |
| ▪ Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, xét ba vecto: | **0,5** |
| ▪ Khi đó  Và  | **0,25** |
| ▪ Ta có   | **0,5** |
| ▪ Đẳng thức xảy ra khi ba vecto và cùng hướng  | **0,25** |
|  Vậy khi  | **0,25****Trang 3** |
|  | ***b)*** *Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:*  | **2.0** |
| ▪ Đặt  Ta có và   Tương tự  Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành  | **0,5** |
| ▪ Áp dụng bất thức AM – GM, ta có :  | **0,5** |
| ▪ Lại áp dụng bất thức AM – GM, ta có :  | **0,5** |
| ▪ Từ (1) và (2) suy ra  Đẳng thức xảy ra khi  . | **0,25** |
| ▪ Vậy ta có đpcm. Đẳng thức xảy ra khi  . | **0,25** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 4****(4,0 điểm)** |  ***a)*** *Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB nằm trên đường thẳng có phương trình  và trung điểm của đoạn AD là điểm. Biết rằng BD tạo với AD một góc  có  và điểm B có tung độ là số nguyên. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D.* | **2,0** |
| ▪ *AD* vuông góc với *AB* và đi qua điểm *M,* suy ra *AD* có phương trình là . Khi đó . | **0,25** |
| ▪ là trung điểm của đoạn *AD* nên tìm được . | **0,25** |
| ▪ Gọi  là VTPT của *BD*, *AD* có VTPT là . Khi đó . Chọn  ta được  | **0,25****Trang 4** |
| ▪ ***TH1:*** Với .  Khi đó BD có VTPT và đi qua   BD có phương trình . Suy ra  (nhận). | **0,5** |
| ▪ ***TH2:*** Với . Khi đó BD có VTPT và đi qua  *BD* có phương trình  Suy ra (nhận). | **0,5** |
| ▪ Vì ABCD là hình chữ nhật nên . Với , Với  Vậy,,,hay,,,. | **0,25** |
| ***b)*** *Cho tam giác ABC có AB = 4, AC = 3, BC = 5. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc và G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADG .* | **2,0** |
| ▪ Từ giả thiết ta có suy ra  vuông tại *A*. | **0,25** |
| ▪ Chọn hệ trục tọa độ *Oxy* như hình vẽ, ta được  | **0,25** |
| ▪ *G* là trọng tâm của tam giác *ABC* nên . | **0,25** |
| ▪ Gọi là chân đường phân giác trong của của  Vì  nên . Áp dụng tính chất đường phân giác trong ta có | **0,5** |
| ▪ Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADG*. Khi đó  ▪ Giải được . | **0,5** |
| ▪ Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADG* là . | **0,25****Trang 5** |
| **Câu 5****(3,0 điểm)** | ***a)*** *Cho . Gọi  là điểm xác định bởi  và là trung điểm . Gọi  là điểm thỏa mãn  với .* *i) Biểu diễn  và  theo các vectơ  và*  *ii) Tìm để  thẳng hàng.* | **1,5** |
| **i)** Ta có:   | **0,5** |
|  | **0,25** |
| **ii)**  thẳng hàng   | **0,5** |
|    . Vậy  là giá trị cần tìm thỏa yêu cầu bài toán.  | **0,25** |
| ***b)*** *Cho tam giác ABC có ,  và . Gọi M là trung điểm của cạnh BC và điểm N thỏa mãn . Tính độ dài đoạn MN.* | **1,5** |
| ▪ Áp dụng định lý Cosin trong tam giác *ABC,* có    | **0,5** |
| ▪ Ngoài ra :  | **0,5** |
| ▪ Lại áp dụng định lý Cosin trong tam giác BMN, ta được | **0,25** |
| ▪ Suy ra  *.* Vậy  | **0,25** |

***Ghi chú:***

▪ Trong những ý chưa phân rã ra 0,25đ thì nếu cần Ban Giám khảo có thể thống nhất rã ra chi tiết 0,25đ, nhưng lưu ý tổng điểm cả ý đó vẫn không đổi ;

▪ Nếu học sinh có cách giải khác đúng, chính xác và logic thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho điểm phù hợp với Hướng dẫn chấm.

**Trang 6**