**ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 6-SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**CHỦ ĐỀ 4: DÙNG CHỮ SỐ TẬN CÙNG ĐỂ CHỨNG MINH MỘT SỐ KHÔNG PHẢI SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

-Số chính phương chỉ có thể có chữ số tận cùng là ; không thể có chữ số tận cùng là  Như vậy để chứng minh một số không phải số chính phương ta chỉ ra số đó có hàng đơn vị là 

-Số chính phương tận cùng bằng  hoặc  thì chữ số hàng chục là chữ số chẵn. Ví dụ : 

-Số chính phương tận cùng là  thì chữ số hàng chục là .

-Số chính phương tận cùng là  thì chữ số hàng chục là lẻ.

-Nếu số chính phương có chữ số tận cùng là  thì số chính phương đó có một số chẵn chữ số  ở tận cùng. Chẳng hạn: 100, 10000, …

**PHẦN II. CÁC BÀI TOÁN**

**Bài 1:** Chứng minh rằng các số sau không là số chính phương:

a) 

b) ****

c)

**Lời giải**

a) 

Ta có:  có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là ;

 có chữ số tận cùng là  ;

Vì 

Suy ra có chữ số tận cùng là 3 nên không là số chính phương.

b) ****

Ta có:  có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là ;

Vì 

 có chữ số tận cùng là 8 nên không là số chính phương.

c) 

Ta có: có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là ;

 có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

**Bài 2:** Chứng minh rằng số tự nhiên  không là số chính phương.

**Lời giải**

 có chữ số tận cùng là 5;

có chữ số tận cùng là 6;

 có chữ số tận cùng là 9

 có chữ số tận cùng là 4;

 có chữ số tận cùng là 1

Ta có tổng các chữ số tận cùng: 

Vì  có chữ số tận cùng là 3 nên  không là số chính phương.

**Bài 3:** Không mất tính tổng quát hãy cho biết các tổng, hiệu sau có phải là số chính phương không?







**Lời giải**



Ta có:  có chữ số tận cùng là 

113 có chữ số tận cùng là 

  có chữ số tận cùng là 8

 không là số chính phương.



Ta có:  có chữ số tận cùng là  ;

 có chữ số tận cùng là ;

  có chữ số tận cùng là 7

  không là số chính phương.







  không là số chính phương.

**Bài 4:** Chứng minh rằng tổng bình phương của năm số tự nhiên liên tiếp không là số chính phương.

**Lời giải**

Gọi năm số tự nhiên liên tiếp là: 

Gọi  là tổng bình phương của năm số tự nhiên liên tiếp.

Ta có: 

.

Vì là số chính phương nên không thể có chữ số tận cùng là  hoặc  nên không chia hết cho   không chia hết cho .

Ta thấy  chia hết cho  nhưng không chia hết cho . Vậy  không là số chính phương.

**Bài 5:** Chứng minh số  không là số chính phương.

**Lời giải**

Vì chữ số tận cùng của các số lần lượt là 6 ; 9 ; 4 ; 1.

Do đó số  có chữ số tận cùng là 8 nên  không là số chính phương.

**Bài 6:** Chứng minh số  không phải là số chính phương.

**Lời giải**

**Cách 1:** Ta có  chia hết cho  (vì chữ số tận cùng là ) nhưng không chia hết cho  (vì hai chữ số tận cùng là ). Do đó số  không phải là số chính phương.

**Cách 2:** Ta có  chia hết cho  (vì chữ số tận cùng là ), nhưng không chia hết cho  (vì hai chữ số tận cùng là ) nên  không là số chính phương.

**Bài 7:** Cho  và  không chia hết cho . Chứng minh rằng  không thể là số chính phương.

**Lời giải**

Do  không chia hết cho  nên 

Ta có . Ta viết 

Vậy hai chữ số tận cùng của  cũng chính là hai chữ số tận cùng của  nên chỉ có thể là 

Theo tính chất  thì rõ ràng  không thể là số chính phương khi  không chia hết cho 4.

**Bài 8:** Tổng sau có là số chính phương hay không .

**Lời giải**

Ta biết rằng số chính phương chia hết cho  thì chia hết cho 

Mà  chia hết cho , nhưng  chia  dư .

Do đó  không là số chính phương.

**Bài 9:** Chứng minh rằng tổng sau không là số chính phương:.

**Lời giải**

Ta có:  có chữ số tận cùng là ;

 có chữ số tận cùng ;

 có chữ số tận cùng ;

 có chữ số tận cùng là 

 không là số chính phương.

**Bài 10:** Cho . Hỏi  có là số chính phương không? Vì sao?

**Lời giải**

Ta có 



.

Ta thấy  có chữ số tận cùng bằng .

Mà số chính phương không có chữ số tận cùng là 3.

Do đó  không là số chính phương.

**Bài 11:** Cho . Chứng minh rằng không phải là số chính phương.

**Lời giải**

Ta có các số :  đều có chữ số tận cùng là .

Nên  có chữ số tận cùng là .

Vậy không phải là số chính phương. (Vì số chính phương có chữ số tận cùng là  ).

**Bài 12:** Cho. Hỏi  có phải là số chính phương không?

**Lời giải**

 .

Ta có:  có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là .

Vì số chính phương không có tận cùng bằng , nên  không phải là số chính phương.

**Bài 13:** Chứng minh rằng các số sau không là số chính phương:

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

a)  có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

b) 

 có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

c) 

Ta có:  có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là ;

 có chữ số tận cùng là 

  có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

**Bài 14:** Cho . Chứng minh rằng  không là số chính phương.

**Lời giải**

Ta có chia hết cho  và  lẻ nên chữ số tận cùng của  là 5.

 có chữ số tận cùng là  nên không phải là số chính phương.

**Bài 15:** Các tổng sau có phải là số chính phương không ? Vì sao ?

a) .

b) .

**Lời giải**

a) Tổng  có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

b) Tổng  có chữ số tận cùng là  nên không là số chính phương.

**Bài 16:** Cho 4 chữ số . Tìm số chính phương có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số trên.

**Lời giải**

Gọi  là số chính phương có bốn chữ số cần tìm.

 không có tận cùng là  hoặc  nên chữ số tận cùng của  là  hoặc .

+) Nếu chữ số tận cùng của  là  thì chữ số hàng chục là, không thỏa mãn yêu cầu.

+) Nếu chữ số tận cùng của  là  thì chữ số hàng chục là chẵn nên chữ số hàng chục là  hoặc .

 có thể là: .

Ta có: 

Vậy số cần tìm là .

**Bài 17:** Ta ký hiệu  là tích của  số nguyên dương đầu tiên. Cụ thể . Tìm số tự nhiên  sao cho:  là số chính phương.

**Lời giải**



\* Với  có chữ số tận cùng là 0.

+) Với  thì 

+) Với thì  (loại)

+) Với  thì 

+) Với  thì  (loại)

+) Với  thì 

Ta thấy =33 có chữ số tận cùng là 3;

 có tận cùng là 

 có tận cùng là  nên  không là số chính phương.

Vậy  hoặc  thì  là số chính phương.

**Bài 18:** Chứng minh rằng số tự nhiên  không là số chính phương.

**Lời giải**

 có chữ số tận cùng là ;

có chữ số tận cùng là 

có chữ số tận cùng là ;

 có chữ số tận cùng là 

 có chữ số tận cùng là ;

Ta có 

Vậy  có chữ số tận cùng là 

 không là số chính phương.

**Bài 19:** Cho .Chứng minh rằng  không phải là số chính phương.

**Lời giải**

Chữ số tận cùng của là ;

Chữ số tận cùng của là ;

Chữ số tận cùng của là ;

Chữ số tận cùng của là chữ số tận cùng của tổng là .

Vậy  không phải là số chính phương.

**PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HỌC SINH GIỎI**

**Bài 1:** Cho  . Chứng tỏ rằng  không phải là số chính phương.

*(Trích Đề thi HSG lớp 9 huyện Cẩm Giàng năm 2018 -2019)*.

**Hướng dẫn**

Gọi 

 

Ta có: 

 

Vì  có chữ số tận cùng là 6  có chữ số tận cùng là 8.

Vậy  không là số chính phương.

**Cách 2**: Gọi 



Ta có 



Ta thấy thừa số nguyên tố có số mũ lẻ .

Vậy  không là số chính phương.

**Bài 2:** Cho biểu thức . Chứng tỏ rằng  không phải là số chính phương.

*(Trích Đề thi HSG lớp 6 trường THCS Quỳnh Giang năm 2015 -2016).*

**Hướng dẫn**

Ta thấy  chia hết cho số nguyên tố .

Mặt khác  chia hết cho (Vì các số hạng đều chia hết cho )

 không chia hết cho  (Vì tổng  có một số hạng 5 không chia hết cho )

 chia hết cho  nhưng không chia hết cho 

Vậy  không phải là số chính phương.

**Bài 3:** Chứng minh rằng tổng sau:  không là số chính phương.

*(Trích Đề thi HSG lớp 6 trường THCS Nguyễn Thị Lợi năm 2009 -2010).*

**Lời giải**





Ta thấy:  có chữ số tận cùng là .

Số  có chữ số tận cùng là .

Số  có chữ số tận cùng là  .

Số  có chữ số tận cùng là 

Vậy tổng  có chữ số tận cùng là  không là số chính phương.

**Bài 4:** Cho**.** Chứng minh rằng  không phải là số chính phương.

*(Trích Đề thi HSG lớp 6 trường THCS Nông Trang - TP Việt Trì năm 2014 - 2015).*

**Lời giải**

Ta có các số :  đều có chữ số tận cùng là .

Nên  có chữ số tận cùng là .

Vậy không phải là số chính phương.

**Bài 5:** Cho.Chứng minh rằng  không phải là số chính phương.

*(Trích Đề thi HSG lớp 6 huyện Lý Nhân năm 2018 -2019).*

**Lời giải**

Vì ,  nên chữ số tận cùng của là .

Chữ số tận cùng của là . ( vì lẻ )

Chữ số tận cùng của là . 

Chữ số tận cùng của là chữ số tận cùng của tổng là  .

Vậy  không phải là số chính phương.