**CHUYÊN ĐỀ 3: PHÉP CHIA HẾT VÀ PHÉP CHIACÓ DƯ**

**CHỦ ĐỀ 4: PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC CHỨNG MINH BÀI TOÁN CHIA HẾT**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. TÍNH CHẤT CHUNG**

1)  và  thì 

2)  với mọi  khác 0

3)  với mọi  khác 0

4) Bất cứ số nào cũng chia hết cho 1

**2. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA TỔNG, HIỆU**

- Nếu  cùng chia hết cho m thì chia hết cho  và  chia hết cho 

- Tổng (Hiệu) của 2 số chia hết cho  và 1 trong 2 số ấy chia hết cho m thì số còn lại cũng chia hết cho .

- Nếu 1 trong 2 số  chia hết cho  số kia không chia hết cho  thì tổng, hiệu của chúng không chia hết cho .

**3. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA 1 TÍCH**

- Nếu một thừa số của tích chia hết cho  thì tích chia hết cho 

- Nếu  chia hết cho  thi bội của a cũng chia hết cho 

- Nếu  chia hết cho ,  chia hết cho n thì chia hết cho 

- Nếu  chia hết cho  thì: 

**4. CÁC TÍNH CHẤT KHÁC:**

1) 

2)  

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9)  (p là số nguyên tố) thì hoặc hoặc 

**5. CÁC TÍNH CHẤT SUY LUẬN ĐƯỢC**

- Trong hai số tự nhiên liên tiếp có một số chẵn và một số lẻ.

- Tổng hai số tự nhiên liên tiếp là một số lẻ.

- Tích hai số tự nhiên liên tiếp là một số chẵn.

- Tích hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 8.

- Tổng của hai số tự nhiên bất kỳ là một số lẻ thì có một số tự nhiên là số chẵn.

**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI**

**1, Dạng 1: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh một biểu thức (với n là số mũ) chia hết cho một số.**

**2, Dạng 1: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh một biểu thức (với n là cơ số) chia hết cho một số.**

**3, Dạng 3: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh đẳng thức.**

**Dạng 1: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh một biểu thức (với n là số mũ) chia hết cho một số.**

***I. Phương pháp giải:***

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi  bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

PHƯƠNG PHÁP 1:

***Bước 1****:* Kiểm tra mệnh đề đúng với 

***Bước 2:*** Giả sử mệnh đề đúng với  ( giả thiết quy nạp)

***Bước 3:*** Cần chứng minh mệnh đề đúng với .

PHƯƠNG PHÁP 2:

***Bước 1****:* Kiểm tra mệnh đề đúng với  có nghĩa là 

***Bước 2:*** Giả sử mệnh đề đúng với  có nghĩa là 

***Bước 3:*** Ta chứng minh .

***II. Bài toán:***

|  |
| --- |
| **Bài 1**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 3 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 3 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 2**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 6 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 6 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 3**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 8 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với  , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 8 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 4**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 6 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 6 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 5**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 15 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 15 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 6**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 3 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 







Vậy  chia hết cho 3 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 7**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 35 với mọi |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 

 



Vậy  chia hết cho 35 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 8**: Chứng minh rằng: chia hết cho 9 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy chia hết cho 9 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 9**: Chứng minh rằng: chia hết cho 9 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy chia hết cho 9 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 10**: Chứng minh rằng: chia hết cho 9 với mọi |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , Xét 







Vậy chia hết cho 9 với mọi 

|  |
| --- |
| **Bài 11**: Chứng minh rằng: chia hết cho 9 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 







Mà 



Vậy chia hết cho 9 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 12**: Chứng minh rằng: chia hết cho 225 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 







Ta có : 



Vậy chia hết cho 225 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 13**: Chứng minh rằng  chia hết cho 7 với mọi . |

**Giải:**

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 







Vậy  chia hết cho 7 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 14**: Chứng minh rằng  chia hết cho 133 với mọi . |

**Giải:**

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy  chia hết cho 133.

|  |
| --- |
| **Bài 15**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 32 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy  chia hết cho 32 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 16**: Chứng minh rằng:  chia hết cho 169 với mọi . |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy  chia hết cho 169 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 17**: Chứng minh rằng: chia hết cho 8 với mọi |

**Giải:** Ta sử dụng phương pháp 2

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Xét 







Vậy chia hết cho 8 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 18**: Chứng minh rằng: chia hết cho 27 với mọi . |

**Giải:** Ta sử dụng phương pháp 2

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Xét 





Đặt 

Ta có  và 

Nên: 

Vậy chia hết cho 27 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 19**: Chứng minh rằng: chia hết cho 64 với mọi . |

**Giải:** Ta sử dụng phương pháp 2

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Xét 







Mà chia hết cho 8 với mọi  (bài 17)

Nên: 

Vậy chia hết cho 64 với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 20**: Chứng minh rằng: chia hết cho 64 với mọi |

**Giải:** Ta sử dụng phương pháp 2

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Xét 







Đặt 

Ta có  và 



Nên: 

Vậy chia hết cho 64 với mọi .

**Dạng 2: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh một biểu thức (với n là cơ số) chia hết cho một số.**

***I. Phương pháp giải:***

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi  bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

PHƯƠNG PHÁP:

***Bước 1****:* Kiểm tra mệnh đề đúng với 

***Bước 2:*** Giả sử mệnh đề đúng với  ( giả thiết quy nạp)

***Bước 3:*** Cần chứng minh mệnh đề đúng với 

Ta dùng một số Hằng đẳng thức sau:

1.

2.

3.

4.

***II. Bài toán:***

|  |
| --- |
| **Bài 1**: Chứng minh rằng với  thì  chia hết cho 3. |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 







Vậy với  thì  chia hết cho 3.

|  |
| --- |
| **Bài 2**: Chứng minh rằng với  thì  chia hết cho 6. |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy với  thì  chia hết cho 6.

|  |
| --- |
| **Bài 3**: Chứng minh rằng với  ta luôn có  chia hết cho 3. |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy với  ta luôn có  chia hết cho 3.

|  |
| --- |
| **Bài 4**: Chứng minh rằng với  ta luôn có  chia hết cho 6. |

**Giải:**

Đặt 

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 









Vậy với  ta luôn có  chia hết cho 6.

|  |
| --- |
| **Bài 5** : Chứng minh rằng với mọi số  thì chia hết cho . |

**Giải:**

\* Với , ta có 

\* Giả sử mệnh đề đúng với , suy ra 

\* Với , xét 





Mà 



Vậy với mọi số  thì chia .hết cho .

**Dạng 3: Dùng phương pháp quy nạp để chứng minh đẳng thức.**

***I. Phương pháp giải:***

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi  bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

PHƯƠNG PHÁP:

***Bước 1****:* Kiểm tra mệnh đề đúng với 

***Bước 2:*** Giả sử mệnh đề đúng với  ( giả thiết quy nạp)

***Bước 3:*** Cần chứng minh mệnh đề đúng với có nghĩa là khi ta chứng minh vế trái bằng vế phải.

***II. Bài toán:***

|  |
| --- |
| **Bài 1**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái chỉ có một số hạng là 1, vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 



Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 2**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái chỉ có một số hạng là 2, vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, từ giả thiết quy nạp, ta có:











Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 3**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái chỉ có một số hạng là 1 , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, từ giả thiết quy nạp, ta có: 





Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 4**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 







Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 5**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 







Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 6**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 









Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 7**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 







Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 8**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 









Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 9**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 









Vậy đẳng thức trên đúng với mọi 

|  |
| --- |
| **Bài 10**: Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương ta có: |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 





Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .

|  |
| --- |
| **Bài 11**: Chứng minh rằng với  ta có đẳng thức: . |

**Giải:**

\* Với , ta có vế trái bằng  , vế phải bằng 

Vậy hệ thức đúng với 

\* Đặt vế trái bằng , giả sử đẳng thức đúng với 

Tức là: 

Ta phải chứng minh đẳng thức trên cũng đúng với , nghĩa là phải chứng minh:



Thật vậy, ta có: 











Vậy đẳng thức trên đúng với mọi .