**ĐS6. CHUYÊN ĐỀ 2 - LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN**

**CHỦ ĐỀ 2-3: SO SÁNH HAI LŨY THỪA BẰNG PHƯƠNG PHÁP SO SÁNH TRỰC TIẾP VÀ PHƯƠNG PHÁP SO SÁNH GIÁN TIẾP**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**Quy tắc so sánh:**

+ Ta biến đổi hai lũy thừa cần so sánh thành các lũy thừa hoặc cùng cơ số hoặc cùng số mũ để so sánh

Nếu 2 luỹ thừa cùng cơ số (lớn hơn 1) thì luỹ thừa nào có số mũ lớn hơn sẽ lớn hơn.

 

 Nếu 2 luỹ thừa cùng cơ số (nhỏ hơn 1) thì luỹ thừa nào có số mũ lớn hơn sẽ nhỏ hơn.

 

Nếu 2 luỹ thừa cùng số mũ (lớn hơn 0) thì lũy thừa nào có cơ số lớn hơn sẽ lớn hơn.

 

Khi cơ số bằng 1, thì hai lũy thừa bằng nhau với mọi số mũ tự nhiên

+ Để so sánh 2 lũy thừa A và B, ta tìm một lũy thừa M sao cho  hoặc 

Trong đó  và ;  và có thể so sánh trực tiếp được

+ Để so sánh hai lũy thừa  và , ta tìm hai lũy thừa  và  sao cho: 

Hoặc 

Trong đó các lũy thừa  và ;  và ;  và  có thể so sánh trực tiếp được.

**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1: Biến đổi về cùng cơ số hoặc số mũ**

**Bài 1:** Hãy so sánh:

a.  và 

b.  và .

**Lời giải:**

**a) Phân tích:**Ta nhận thấy, ở câu a) thì 16 và 8 là các cơ số liên quan tới lũy thừa cơ số 2, ở câu b) thì 27 và 81 liên quan tới lũy thừa cơ số 3. Do đó để so sánh, ta biến đổi các lũy thừa về các các lũy thừa có cùng cơ số, rồi dựa vào so sánh số mũ để so sánh chúng với nhau.

**b) Lời giải:**

a) Ta có 

Vì 

b) Ta có



**Bài 2:** Hãy so sánh:

a.  và 

b.  và 

c.  và 

d.  và .

**Lời giải:**

a) Ta có :

a) Ta có :





Vì 

Nên 

 b) Ta có:

 

c) Ta có :



d) Ta có:



**Bài 3:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có:

Vì 

b) Ta có: 

Vì 

**Bài 4:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và 

c)  và 

**Lời giải:**

a) Ta có:

 

b) Ta có:

 

c) Ta có:





Mà  nên  hay 

**Bài 5:** Chứng minh rằng .

**Lời giải:**

Ta có:



Từ (1) và (2) 

**Bài 6:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và .

**Lời giải:**

**a) Phân tích:** Ta nhận thấy, ở câu a) thì các lũy thừa có chung số mũa n, ở câu c) thì các lũy thừa có chung số mũ 100. Do đó để soa sánh, ta biến đổi các lũy thừa về các lũy thừa có cùng cơ số hoặc số mũ, rồi dựa vào so sánh cơ số để so sánh chúng với nhau.

**b) Lời giải:**

a) Ta có:



mà 



Vậy 

b) Ta có:

 

**Bài 7:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và  (với ) .

**Lời giải:**

a) Ta có:



b) Ta có , suy ra bài toán trở thành so sánh  và 

+) Nếu 

+) Nếu 

+) Nếu 

**Bài 8:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có:

 

Vì 

**Dạng 2: Đưa về một tích trong đó có thừa số giống nhau**

**Bài 1:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



**Bài 2:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có:



Mà 

Vậy 

**Bài 3:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có:



Mà 



**Bài 4:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có:

 

Mà 



**Bài 5:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Mà 



**Bài 6:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Mà 

Từ (1)(2)(3) suy ra 

**Bài 7:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và 

c)  và 

**Lời giải:**

**a) Phân tích:**Ta nhận thấy trong các số lũy thừa cần so sánh thì số mũ của chúng đề không có ước chung, hoặc cơ số của chúng không thể biểu diễn dưới dạng chung một cơ số. Do đó việc đưa các lũy thừa về các lũy thừa có cùng cơ số (hoặc số mũ) để so sánh có vẻ không khả quan. Tuy nhiên các cơ số trong các lũy thừa đều có ước chung, nên việc tách các lũy thừa thành tích, để xuất hiện thừa số chung rồi so sánh thừa số riêng có vẻ khả quan. Để làm được điều này ta cần dùng phương pháp sau: Biến đổi  về dạng  biến đổi  về dạng  rồi so sánh hai số e và c. Từ đó so sánh được hai số  và 

**b) Lời giải:**

a) Ta có: 



b) Ta có: 



c) Ta có: 

 mà 



**c) Nhận xét:** Việc phân tích lũy thừa thành tích các lũy thừa sẽ giúp nhìn ra thừa số chung của các lũy thừa, từ đó việc so sánh hai lũy thừa chỉ còn dựa vào việc so sánh các thừa số riêng.

**Bài 8:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có:



Vì 

Nên 

**Bài 9:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có: 

 

Vì 

Nên 

Vậy 

b) Ta có: 

 

Vì 

Nên 



**Bài 10:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì 

**Bài 11:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì 

**Bài 12:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì 

**Dạng 3: So sánh thông qua một lũy thừa trung gian**

**I. Phương pháp giải:** Để so sánh 2 lũy thừa  và , ta tìm một lũy thừa  sao cho  hoặc 

Trong đó  và ;  và  có thể so sánh trực tiếp được

**II. Bài toán**

**Bài 1:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có: 

Vậy 

**Bài 2:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và 

c)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có 



b) Ta có:





c) Ta có: 



**Bài 3:** Hãy so sánh:

a)  và  '

b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có 



mà 

Nên 

b) Ta có:



**Bài 4:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có

 

b) Ta có:

 

**Bài 5:** Chứng tỏ rằng: .

**Lời giải:**

**Gợi ý:** Hãy chứng tỏ  và 

Ta có: 

 

Lại có: 



Từ (1)(2) 

**Bài 6:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

**a) Phân tích:** Biến đổi  về dạng  biến đổi  về dạng  rồi so sánh hai số  và . Từ đó so sánh được hai số  và 

**b) Lời giải:**

Ta có: 



Mà 

Từ (1)(2)(3) 

**Bài 7:** Hãy so sánh:

a)  và 

b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có 

b) Ta có 

**Bài 8:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có 

Vì 

**Bài 9:** Hãy so sánh  và .

**Lời giải:**

Ta có





vì 

Nên 

**Dạng 4: So sánh thông qua hai lũy thừa trung gian**

**I. Phương pháp giải:** Để so sánh hai lũy thừa  và , ta tìm hai lũy thừa  và  sao cho: 

Hoặc 

Trong đó các lũy thừa  và ;  và ;  và  có thể so sánh trực tiếp được.

**II. Bài toán**

**Bài 1:** Hãy so sánh

a)  và 

b)  và 

c)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có: 

b) Ta có:



Từ (1) và (2) 

c) Ta có:



**Bài 2:** Hãy so sánh

a)  và  b)  và  c)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có:



b) Ta có: 

c) Ta có: 

**Bài 3:** Chứng minh rằng .

**Lời giải:**

**a) Phân tích:** Xét  biến đổi được về dạng  và  biến đổi được về dạng 

Nếu  và  thì 

**b)Lời giải:**

Ta có: 

Nhận xét:  nên cần so sánh  và 

Ta có: 

Lại có  cần so sánh  với số  như sau:

; 

Do đó 

Mà 

**Bài 4:** Chứng minh rằng .

**Lời giải:**

Ta có:

 

Mà: 

**PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.**

**Bài 1.** Không tính kết quả của biểu thức, hãy so sánh (Trích đề thi HSG Hoa Lư)

a)  và 

b)  và **.**

**Lời giải:**

a) 



Vì 

Nên 

b) 



Vì 

 Nên 

Vậy 

**Bài 2:** Chứng minh rằng (Trích đề thi HSG thị xã Hoài Nhơn).

**Lời giải:**

****

****

Đặt 

=>



Từ (1) và (2) 



**Bài 3:** Cho  . Chứng tỏ M < 1

**Lời giải:**

Ta có 



Mà <1

**Bài 4:** So sánh *: A =  với B = *

**Lời giải:**

Ta có * (1)*

* (2)*

Từ và suy ra 

Nên 

**Bài 5:** Chứng minh rằng (Trích đề thi HSG Quảng Trạch).

**Lời giải:**

Ta có



=>



Mà 

Vậy 

**Bài 6:** Cho . Chứng minh .

**Lời giải:**



Có nhóm trong tổng của 

A 

A 

 Có nhóm trong tổng của 





**Bài 7:** Chứng minh rằng: .

**Lời giải:**

**Hướng dẫn :** *Đưa về dạng tổng* *để tính tổng rồi so sánh.*

Đặt 



 



**Bài 8:** Cho B = . Chứng minh B < 100.

**Lời giải:**









 

 .