**ĐS6. CHUYÊN ĐỀ 10 – SỐ THẬP PHÂN**

**CHỦ ĐỀ 2: SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN**

**PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. KHÁI NIỆM**

**a) Khái niệm:**

Khi viết phân số  dưới dạng số thập phân ta thực hiện phép chia  cho , nếuphép chia  cho  không bao giờ chấm dứt

Ví dụ: ;; …

Tuy phép chia không chấm dứt nhưng phần thập phân của kết quả phép chia có một *nhóm chữ số lặp đi lặp lại vô hạn lần.* Ta nói số thập phân thu được là *số thập phân vô hạn tuần hoàn* và nhóm chữ số lặp đi lặp lại trong phần thập phân là *chu kì* của nó.

**b) Cách viết:**

Để viết số thập phân vô hạn tuần hoàn, người ta đặt chu kì trong dấu ngoặc. Chẳng hạn:

;

; …





*Chú ý:* Số thập phân vô hạn tuần hoàn chia thành hai dạng

- Số thập phân vô hạn tuần hoàn *đơn*  nếu chu kì bắt đầu ngay sau dấu phẩy.

VD: ;;

- Số thập phân vô hạn tuần hoàn *tạp* nếu chu kì không bắt đầu ngay sau dấu phảy, phần thập phân đứng trước chu kì gọi là *phần bất thường*,

VD:  có chu kì là 18 và phần bất thường là 3.

**2. NHẬN BIẾT MỘT PHÂN SỐ VIẾT ĐƯỢC DƯỚI DẠNG SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN ĐƠN HAY TẠP.**

- Nếu một phân số tối giản mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết thành số thập phân vô hạn *tuần hoàn*. Đặc biệt

+) Nếu mẫu không có ước nguyên tố 2 và 5 thì viết được thành số thập phân *vô hạn tuần hoàn đơn.*

+) Nếu mẫu có một trong các ước nguyên tố 2 và 5 thì viết được thành số thập phân *vô hạn tuần hoàn tạp.*

+) Ví dụ: khi chia  cho  được số thập phân vô hạn, Ta có:   

Số  cũng có thể viết dưới dạng  hoặc . So với cách viết  có chu kì 21 thì cách viết thứ hai có chu kì lớn hơn, cách viết thứ ba có chữ số thập phân liền trước chu kì và chữ số cuối cùng của chu kì bằng nhau, ta không chọn những cách viết này.

+) Số thập phân vô hạn tuần hoàn gọi là *đơn*  nếu chu kì bắt đầu ngay sau dấu phẩy, ví dụ ; gọi là *tạp* nếu chu kì không bắt đầu ngay sau dấu phảy, phần thập phân đứng trước chu kì gọi là *phần bất thường*, ví dụ  có chu kì là 18 và phần bất thường là 3.

**3. VIẾT SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ:**

- Quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số:

+ Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn dưới dạng phân số, ta lấy chu kì làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 9, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì. Ví dụ:



+ Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp dưới dạng phân số, ta lấy số gồm phần bất thường và chu kì trừ đi phần bất thường làm tử, còn mẫu là một số gồm các chữ số 9 kèm theo các chữ số 0, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì, số chữ số 0 bằng số chữ số của phần bất thường. Chẳng hạn:





- Tổng quát: .

**PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI**

**Dạng 1: Viết phân số dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn**

***I.Phương pháp giải:***

Để viết một tỉ số hoặc một phân số  dưới dạng số thập phân ta làm phép chia 

***II.Bài toán:***

**Bài 1:**

Các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn? Tại sao? Hãy viết các phân số dưới dạng đó.

;;;;.

**Lời giải:**

a) Xét phân số 

 mẫu của phân số có ước nguyên tố là  nên viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Vậy: 

b) Xét phân số 

 mẫu của phân số có ước nguyên tố là  nên viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Vậy: 

c) Xét phân số 

 mẫu của phân số có ước nguyên tố là  nên viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Vậy: 

d) Xét phân số 

 mẫu của phân số có ước nguyên tố là  nên viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Vậy: 

e) Xét phân số 

 mẫu của phân số có ước nguyên tố là  nên viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Vậy:  = 

**Bài 2:**

a) Khi viết phân số  dưới dạng số thập phân, hỏi chữ số thứ  sau dấu phẩy là chữ số nào?

b) Tìm chữ số thập phân thứ  sau dấu phẩy của phân số  (viết dưới dạng số thập phân).

c) Tìm chữ số thập phân thứ  sau dấu phẩy của phân số  (viết dưới dạng số thập phân).

**Lời giải:**

a) Ta có: 

Số thập phân là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì gồm  chữ số.

Mà: , như vậy  chia cho dư nên chữ số thập phân thứ  sau dấu phẩy của là chữ số 5.

b) Ta có: 

Số thập phân là số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp mà phần bất thường có hai chữ số và chu kì có 1 chữ số là .

Ta lại có:  nên chữ số thập phân thứ  sau dấu phẩy của số  là chữ số .

c) Ta có:  là số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn mà chu kì gồm 16 chữ số.

Mà: , suy ra  chia 16 dư 0 nên chữ số thập phân thứ  sau dấu phẩy là chữ số 9.

**Dạng 2: Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số**

***I.Phương pháp giải:***

- Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn dưới dạng phân số với

+ Tử: là chu kì

+ Mẫu: là một số gồm các chữ số 9, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì.



Tổng quát: .

- Muốn viết phần thập phân của số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp dưới dạng phân số với

+ Tử: phần bất thường và chu kì trừ đi phần bất thường.

+ Mẫu: một số gồm các chữ số 9 kèm theo các chữ số 0, số chữ số 9 bằng số chữ số của chu kì, số chữ số 0 bằng số chữ số của phần bất thường.





- Tổng quát:

***II.Bài toán:***

**Bài 3:**

Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số:

; ; ; ; ; ; 

**Lời giải:**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

**Bài 4:**

Các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau có bằng nhau không ?

; ; 

**Lời giải:**

Ta có: 





Vậy  =  = 

***Nhận xét:*** Như vậy từ phân số  ta có thể viết được các dạng nhiều số thập phân vô hạn tuần hoàn khác nhau như ; ; ;…nhưng cách viết  thuận tiện hơn, do đó người ta chọn cách viết này.

**Dạng 3: Tính giá trị biểu thức số**

***I.Phương pháp giải:***

Để thực hiện các phép tính về số thập phân vô hạn tuần hoàn trước hết ta viết chúng dưới dạng phân số tối giản rồi thực hiện các phép toán trên phân số.

***II.Bài toán:***

**Bài 5:** Tính:

a) 

b) 

c) 

d) 

**Lời giải:**

a)  

b) 





c)  





d)  



**Bài 6:**

Tìm x, biết:

a) 

b) 

c) 

**Lời giải:**

a) 







Vậy .

b) 











Vậy 

c) 



















Vậy 

**Bài 7:**

Thay các chữ cái bởi các chữ số thích hợp: , biết rằng 

**Lời giải:**

Ta có: 













Mà 

Do đó: .

Vậy 

**Bài 8:**

Cho  (số chia có 99 chữ số 0 sau dấu phảy). Tính  với 300 chữ số thập phân.

**Lời giải:**

Ta có:  .

Nhân cả tử và mẫu với, ta được:  .

Theo quy tắc viết số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn thành phân số thì số 0,  viết thành phân số trên.

Vậy 

**Bài 9:**

Cho số  trong đó ở bên phải dấu phảy ta viết các số từ 1 đến 999 liên tiếp nhau. Chữ số thứ  ở bên phải dấu phảy là chữ số mấy? Vì sao?

**Lời giải:**

Xét dãy 2003 chữ số đầu tiên sau dấu phẩy của . Gọi chữ số thứ là .

Chia dãy số trên thành ba nhóm:



Nhóm I có  chữ số, nhóm II có  chữ số, nhóm III có:

 (chữ số).

Ta thấy  chia  được  dư .

Số thứ  kể từ  là: .

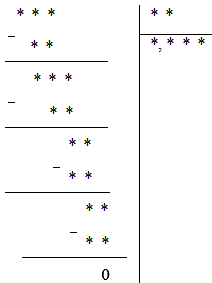
Hai chữ số tiếp theo số  là chữ số  và chữ số  (thuộc số ).

Vậy .

Chữ số thứ 2003 ở bên phải dấu phảy là chữ số 

**Bài 10:**

Thay các dấu \* bởi các chữ số thích hợp:

****

**Lời giải:**

Xét phép trừ thứ hai, ta có: 

 số bị trừ có dạng 

 số bị trừ  100 (vì chữ số đơn vị của số bị trừ là chữ số 0 thêm vào để tìm các chữ số thập phân của thương).

Đặt số chia, thương và tích riêng thứ nhất theo thứ tự là ;;

Ta thấy  nên . (Với  (vì nếu  thì ),  (vì nếu  thì thương đã dừng lại ở ))

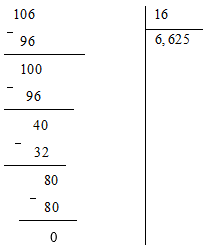
 là ước của  và có ba chữ số.

Suy ra  bằng  hoặc . Tương ứng  bằng  hoặc 

+ Trường hợp  thì , trái với  (số bị chia), loại

+ Trường hợp  thì , số bị chia là 

Vậy ta có 



**Dạng 4: Kiểm tra một biểu thức phân số viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (đơn hay tạp).**

***I.Phương pháp giải:***

Đối với các phân số đó, nếu mẫu không có ước nguyên tố 2 và 5 thì viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn, nếu mẫu có một trong các ước nguyên tố 2 và 5 thì viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

***II.Bài toán***

**Bài 11:**

Chứng tỏ rằng:các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

; ;  

**Lời giải:**

a)

Ta có: , mà , do đó  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là .

   khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn

b)

Ta có: , mà , do đó  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là .

   khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

c)

Ta có: 

Ta có: , mà , do đó  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là số nguyên tố .

   khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

**Bài 12:**

Với mọi số tự nhiên , khi viết các phân số sau dưới dạng số thập phân, ta được số thập phân hữu hạn hay vô hạn ? Nếu là số thập phân vô hạn thì số đó là số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn hay tạp?

a) ;

b) 

**Lời giải:**

a) Ta có: 

Vì mẫu của phân số là  nên  đổi ra số thập phân hữu hạn.

b) Xét phân số: 

Ta có: 



mà 

 phân số  rút gọn đến khi phân số tối giản, mẫu vẫn có ước là 

 phân số đổi thành số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Mặt khác:

Ta có: 



mà 

 phân số  rút gọn đến khi phân số tối giản, mẫu vẫn có ước là 

 phân số đổi thành số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

**Bài 13:**

Khi viết các phân số sau dưới dạng số thập phân, ta được số thập phân hữu hạn, hay vô hạn tuần hoàn đơn, hay vô hạn tuần hoàn tạp:

1. ;
2. ?

**Lời giải:**

a) Ta có: 

, mà ,

do đó  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là .

  viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Mặt khác: 

, mà ,

do đó phân số  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là .

Vậy  viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

b) Xét phân số 

Tổng các chữ số của tử số là: 

 tử số 

Mà mẫu số  là tích của ba số tự nhiên liên tiếp



Do đó phân số  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là 

  khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Mặt khác: ; 

 phân số  rút gọn đến khi tối giản thì mẫu số vẫn chứa thừa số là 

Vậy  khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn tạp.

**Bài 14:**

Cho phân số: 

a) Chứng tỏ C là phân số tối giản.

b) Phân số C được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn hay số thập phân vô hạn tuần hoàn.

**Lời giải:**

a) Xét phân số:  

Gọi ƯCLN của tử số và mẫu của phân số  là  .

Ta có: 





 ƯCLN của tử số và mẫu của phân số  là 

Vậy C là phân số tối giản.

b) Vì  là ba số tự nhiên liên tiếp nên trong ba số có một số chia hết cho , và một số chia hết cho .

Mà 





 Phân số  tối giản khi phân tích mẫu có chứa thừa số là nên  khi viết thành số thập phân thì ở dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

**Dạng 5: Chứng minh**

***I.Phương pháp giải:***

Sử dụng các phép biến đổi của số thập phân vô hạn tuần hoàn và tính chất chia hết,... để chứng minh một số bài toán.

***II.Bài toán:***

**Bài 15:**

Cho  là số lẻ không tận cùng bằng 5. Chứng minh rằng tồn tại một bội của  gồm toàn chữ số .

**Lời giải:**

Xét phân số , mẫu  không chứa thừa số nguyên tố 2 và 5 nên  viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.







Vậy tồn tại một bội của  gồm toàn chữ số 9.

**Bài 16:**

Cho  là số lẻ không tận cùng bằng 5. Chứng minh rằng tồn tại một bội của  gồm toàn chữ số .

**Lời giải:**

Xét phân số , mẫu  không chứa thừa số nguyên tố 2 và 5 nên  viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn.

Ta có: 





Mà ước chung của  và 9 chỉ có thể là 

+ Nếu ƯC thì từ (1) suy ra .

+ Nếu ƯC  thì đặt , ta có .

Từ (1) suy ra  





+ Nếu ƯC  thì đặt .

Từ (1) suy ra  



Vậy tồn tại một bội của  gồm toàn chữ số .

**Bài 17:**

Tìm phân số dương tối giản nhỏ hơn 1 biết rằng khi chia tử cho tử cho mẫu ta được một số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn chu kì có 3 chữ số và phân số này bẳng lập phương của một phân số khác.

**Lời giải:**

Gọi  chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn 

 Phân số cần tìm phải có dạng: 

Ta có: 

Đặt  



, mà 

 hay 

Với  thì , ta được phân số:  

Với  thì , ta được phân số:  

Vậy phân số cần tìm là; 

**Bài 18:**

Viết tiếp vào mỗi chỗ chấm hai phân số theo quy luật:

a)  .

b) 

**Lời giải:**

a) Ta thấy các phân số: viết được dưới dạng phân số thập phân hữu hạn có tử bằng 1 và mẫu tăng dần.

Vậy hai phân số điền tiếp vào chỗ chấm là: , ta được dãy số: 

b) Ta thấy các phân số: viết được dưới dạng phân số thập phân vô hạn tuần hoàn có tử bằng 1 và mẫu tăng dần.

Vậy hai phân số điền tiếp vào chỗ chấm là: , ta được dãy số: 

🙢 **HẾT** 🙠