**Bài 2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN**

**A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

**1. Định nghĩa**

* Với  là góc nhọn trong tam giác vuông ta có
* ;
* ;
* ;
* .

Cách ghi nhớ

“Tìm *sin* lấy đối chia huyền,

*Cô-sin* hai cạnh kề huyền chia nhau,

Còn *tang* thì phải tính sao?

Đối trên kề dưới chia nhau ra liền,

*Cô-tang* cũng dễ ăn tiền,

Kề trên đối dưới chia liền bạn ơi!”

**2. Một số hệ thức và tính chất cơ bản**

* Với hai góc nhọn  và  thì

.

Với góc nhọn , ta có

* .
* Nếu  tăng thì  và  tăng; còn  và  giảm.
* ;
* ;
* ;
* .

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

|  |
| --- |
| **Dạng 1:** Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông khi biết độ dài hai cạnh |
| * Bước 1: Tính độ dài cạnh thứ ba theo định lý Py-ta-go (nếu cần).
* Bước 2: Tính các tỉ số lượng giác của góc nhọn theo yêu cầu đề bài.
 |

**Ví dụ 1.** Tam giác  vuông tại , ; . Tính tỉ số lượng giác của góc  rồi suy ra các tỉ số lượng giác của góc .

**Lời giải**

Ta có .

Do đó 



**Ví dụ 2.** Tính tỉ số lượng giác của góc  trong hình bên.

**Lời giải**

Ta có .

Do đó ; ;

 ; .

**Ví dụ 3.**  vuông tại  có . Tính các tỉ số lượng giác của góc .

**Lời giải**

Ta đặt  thì , suy ra

.

Ta có 

 .

**Ví dụ 4.** Tam giác  cân tại , có , đường cao . Tính các tỉ số lượng giác của góc .

**Lời giải**

Ta có ; . Do đó



**Ví dụ 5.** Tính  trong hình bên.

**Lời giải**

Ta có .

Do đó .

**Ví dụ 6.** Tính  trong hình bên.

**Lời giải**

Ta có ;

.

Do đó .

Mặt khác  nên .

|  |
| --- |
| **Dạng 2:** Dựng góc nhọn  khi biết tỉ số lượng giác của góc nhọn đó bằng . |
| * Dựng một tam giác vuông có cạnh là m và n rồi vận dụng định nghĩa để nhận ra góc .
 |

**Ví dụ 7.** Dựng góc , biết .

**Lời giải**

Ta có .

Dựng góc vuông ;

Trên cạnh  đặt ;

Dựng đường tròn  cắt cạnh  tại .

Khi đó .

**Ví dụ 8.** Dựng góc , biết .

**Lời giải**

Ta có .

Dựng góc vuông ;

Trên cạnh  đặt ;

Dựng đường tròn  cắt cạnh  tại .

Khi đó .

**Ví dụ 9.** Dựng góc , biết .

**Lời giải**

Ta có .

Dựng góc vuông ;

Trên cạnh  đặt ;

Trên cạnh  đặt .

Khi đó .

**Ví dụ 10.** Dựng góc , biết .

**Lời giải**

Dựng góc vuông ;

Trên cạnh  đặt ;

Trên cạnh  đặt .

Khi đó .

|  |
| --- |
| **Dạng 3:** Chứng minh hệ thức lượng giác |
| * Sử dụng định nghĩa và một số hệ thức lượng giác cơ bản để chứng minh.
 |

**Ví dụ 11.** Cho góc nhọn . Chứng minh rằng

a) ; b) .

**Lời giải**

a) Xét  vuông tại ,  (hình bên).

Ta có ; .

Vì  nên , suy ra .

b) Ta có ; .

Vì  nên , suy ra .

**Ví dụ 12.** Chứng minh các hệ thức

a) ; b) .

**Lời giải**

a) .

b) .

**Ví dụ 13.** Chứng minh rằng

a) ; b) .

**Lời giải**

a) Ta có 

 .

Đẳng thức cuối cùng đúng nên đẳng thức đã cho là đúng.

b) Xét vế trái ; vế phải .



Rõ ràng .

**Ví dụ 14.** Chứng minh rằng .

**Lời giải**

Ta biến đổi vế trái



Ta thấy vế trái bằng vế phải.

**Ví dụ 15.** Chứng minh rằng .

**Lời giải**

Xét vế trái



 

Ta thấy vế trái đúng bằng vế phải.

|  |
| --- |
| **Dạng 4:** Biết một giá trị lượng giác của góc nhọn, tính các tỉ số lượng giác khác của góc đó |
| * Vận dụng các hệ thức cơ bản đã học.
 |

**Ví dụ 16.** Cho biết ; tính , , .

**Lời giải**

Ta có 

.

**Ví dụ 17.** Cho biết ; tính , , .

**Lời giải**

Ta có 

**.**

**Ví dụ 18.** Cho biết , tính , , .

**Lời giải**

Ta có ; .

Do đó ; .

**Ví dụ 19.** Cho biết , tính , , .

**Lời giải**

Ta có ; .

Do đó ; .

|  |
| --- |
| **Dạng 5:** Tính giá trị lượng giác với các góc đặc biệt (không dùng máy tính hoặc bảng số) |
| * Căn cứ vào bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt .
* Căn cứ vào tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.
* Căn cứ vào các hệ thức lượng giác cơ bản.
 |

**Ví dụ 20.** Tính giá trị của biểu thức

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) .

b) .

**Ví dụ 21.** Tính giá trị của biểu thức

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) 



b) 



**Ví dụ 22.** Tính giá trị của biểu thức sau với :

.

**Lời giải**



**Ví dụ 23.** Rút gọn các biểu thức sau với 

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) .

b) 

**Ví dụ 24.** Cho biểu thức .

a) Chứng minh rằng ;

b) Tính giá trị của , biết .

**Lời giải**

a) .

b) Chia cả tử và mẫu của  cho  ta được

.

|  |
| --- |
| **Dạng 6:** So sánh các tỉ số lượng giác mà không dùng máy tính hoặc bảng số |
|  |

**Ví dụ 25.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần

a) ; b) .

**Lời giải**

a) Ta có ; .

Vì  nên .

b) Ta có ; .

Vì  nên .

**Ví dụ 26.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần

a) ; b) .

**Lời giải**

a) Ta có ; .

Vì  nên .

b) Ta có ; .

Vì  nên .

**Ví dụ 27.** Cho , hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự giảm dần:

.

**Lời giải**

Vì  nên .

Mặt khác góc  phụ với góc .

Ta có ,

do đó .

**Ví dụ 28.** So sánh hai số  và , biết ; .

**Lời giải**

Ta có ; (1)

 . (2)

Từ () và () suy ra .

|  |
| --- |
| **Dạng 7:** Tìm góc nhọn  thỏa đẳng thức cho trước |
| * Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản để biến đổi về dạng cơ bản
* Dùng MTBT hoặc bảng giá trị lượng giác các góc đặc biệt để tìm.

Cách dùng MTBT tìm  khi biết  (tương tự đối với  và )Nếu  thì bấm các phím sau. |

**Ví dụ 29.** Tìm góc nhọn , biết

a) ; b) .

**Lời giải**

 

**C. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Cho hình bên. Tính  và .

**Lời giải**

Ta có  suy ra .

Tương tự  suy ra .

Do đó  và .

**Bài 2.** Chứng minh đẳng thức .

**Lời giải**

Ta có



Vậy đẳng thức được chứng minh.

**Bài 3.** Cho góc nhọn .

a) Biết , hãy tính  và .

b) Biết , hãy tính  và .

**Lời giải**

a) Do  mà  nên



vì  là góc nhọn nên  do đó .

Mặt khác .

b) Do  mà  nên  suy ra .

Vì  là góc nhọn nên  do đó .

**Bài 4.** Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy

a) Tính giá trị của biểu thức .

b) Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần ; ; ; ; .

**Lời giải**

a) Ta có .

Tương tự  và .

Do đó



b) Ta có ,  và .

Mà  mà  nên



Vậy 

**Bài 6.** Cho tam giác nhọn , độ dài các cạnh , ,  lần lượt bằng , , .

a) Chứng minh rằng .

b) Chứng minh rằng nếu  thì .

**Lời giải**

a) Kẻ . Ta có ; .

Do đó  và .

Suy ra .

b) Chứng minh tương tự .

Vậy .

Theo chứng minh trên  suy ra .

Vì  thì .

**--- HẾT ---**