**DẠNG TOÁN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

**VÀ ỨNG DỤNG CỦA HỆ THỨC VI-ÉT**

**Câu 1**: Cho phương trình: x2 – 5x + m = 0 (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi m = 6.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: .

**Đáp án:**

a) Với m = 6, ta có phương trình: x2 – 5x + 6 = 0

∆ = 25 – 4.6 = 1 . Suy ra phương trình có hai nghiệm: x1 = 3; x2 = 2.

b) Ta có: ∆ = 25 – 4.m

Để phương trình đã cho có nghiệm thì ∆ 0  (\*)

Theo hệ thức Vi-ét, ta có x1 + x2 = 5 (1); x1x2 = m (2).

Mặt khác theo bài ra thì  (3). Từ (1) và (3) suy ra x1 = 4; x2 = 1 hoặc x1 = 1; x2 = 4 (4)

Từ (2) và (4) suy ra: m = 4. Thử lại thì thoả mãn.

**Câu 2**: Cho phương trình ẩn x: x2 – 2mx + 4 = 0 (1)

a) Giải phương trình đã cho khi m = 3.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: ( x1 + 1 )2 + ( x2 + 1 )2 = 2.

**Đáp án:**

a) Với m = 3 ta có phương trình: x2 – 6x + 4 = 0.

Giải ra ta được hai nghiệm: x1 = .

b) Ta có: ∆/ = m2 – 4

Phương trình (1) có nghiệm (\*).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: x1 + x2 = 2m và x1x2 = 4.

Suy ra: ( x1 + 1)2 + ( x2 + 1)2 = 2

x12 + 2x1 + x22 + 2x2 = 0(x1 + x2)2 – 2x1x2 + 2(x1 + x2) = 0 4m2 – 8 + 4m = 0

m2 + m – 2 = 0 .

Đối chiếu với điều kiện (\*) ta thấy chỉ có nghiệm m2 = - 2 thỏa mãn. Vậy m = - 2 là giá trị cần tìm.

**Câu 3**: Cho phương trình ẩn x: x2 – 2mx - 1 = 0 (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x1 và x2.

b) Tìm các giá trị của m để: x12 + x22 – x1x2 = 7.

**Đáp án:**

a) Ta có ∆/ = m2 + 1 > 0, ∀m ∈ R. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Vi-ét thì: x1 + x2 = 2m và x1.x2 = - 1.

Ta có: x12 + x22 – x1x2 = 7(x1 + x2)2 – 3x1.x2 = 7

4m2 + 3 = 7m2 = 1 m = ± 1.

**Câu 4**: Cho phương trình ẩn x: x2 – x + 1 + m = 0 (1)

a) Giải phương trình đã cho với m = 0.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: x1x2.( x1x2 – 2 ) = 3( x1 + x2 ).

**Đáp án:**

a) Với m = 0 ta có phương trình x2 – x + 1 = 0

Vì ∆ = - 3 < 0 nên phương trình trên vô nghiệm.

b) Ta có: ∆ = 1 – 4(1 + m) = -3 – 4m.

Để phương trình có nghiệm thì ∆0 - 3 – 4m0 4m (1).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: x1 + x2 = 1 và x1.x2 = 1 + m

Thay vào đẳng thức: x1x2.( x1x2 – 2) = 3( x1 + x2), ta được:

(1 + m)(1 + m – 2) = 3m2 = 4 m = ± 2.

Đối chiếu với điều kiện (1) suy ra chỉ có m = -2 thỏa mãn.

**Câu 5:** Cho phương trình x2 - 6x + m = 0.

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1, x2 thoả mãn điều kiện x1-x2 = 4

**Đáp án:**

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi: m < 0

b) Phương trình có 2 nghiệm x1, x2  ∆’ = 9 - m ≥ 0  m ≤ 9

Theo hệ thứcViét ta có 

Theo yêu cầu của bài ra x1 - x2 = 4 (3)

Từ (1) và (3)  x1 = 5, thay vào (1)  x2 = 1

Suy ra m = x1.x2 = 5 (thoả mãn)

Vậy m = 5 là giá trị cần tìm.

**Câu 6:** Cho phương trình: x2 + 2 (m + 1)x + m2 = 0. (1)

a) Giải phương trình với m = 5

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng - 2.

**Đáp án:**

a) Với m = 5 ta có phương trình: x2 + 12x + 25 =0.

∆’ = 62 -25 = 36 - 25 = 11

x1 = ; x2 = 

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi:

∆’ > 0  (m + 1)2 - m2 > 0 2m + 1 > 0  m >  (\*)

Phương trình có nghiệm x = - 2  4 - 4 (m + 1) + m2 = 0

 m2 - 4m = 0   (thoả mãn điều kiện (\*))

Vậy m = 0 hoặc m = 4 là các giá trị cần tìm.

**Câu 7:** Cho phương trình bậc 2: (m - 1)x2 - 2mx + m + 1 = 0.

a) Tìm m, biết phương trình có nghiệm x = 0.

b) Xác định giá trị của m để phương trình có tích 2 nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng 2 nghiệm của phương trình.

**Đáp án:**

a) Phương trình có nghiệm x = 0 nên: m + 1 = 0.

b) Phương trình có 2 nghiệm khi:

∆’ = m2 - (m - 1) (m + 1) ≥ 0  m2 - m2 + 1 ≥ 0, đúng m.

Ta có x1.x2 = 5  = 5  m + 1 = 5m - 5 .

Với m =  ta có phương trình: x2 - 3x + x2 - 6x + 5 = 0

Khi đó x1 + x2 = 

**Câu 8:** Cho phương trình: x2 - 2 (m - 1)x - m - 3 = 0 (1)

a) Giải phương trình với m = -3

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn hệ thức  = 10.

c) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

**Đáp án:**

a) Với m = - 3 ta có phương trình: x2 + 8x = 0  x (x + 8) = 0 

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

∆’  (m - 1)2 + (m + 3) ≥ 0 m2 - 2m + 1 + m + 3 ≥ 0

m2 - m + 4 > 0  đúng 

Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt m

Theo hệ thức Vi ét ta có: 

Ta có  = 10  (x1 + x2)2 - 2x1x2 = 10

4 (m - 1)2 + 2 (m + 3) = 10

 4m2 - 6m + 10 = 10

c) Từ (2) ta có m = -x1x2 - 3 thế vào (1) ta có:

x1 + x2 = 2 (- x1x2 - 3 - 1) = - 2x1x2 - 8

 x1 + x2 + 2x1x2 + 8 = 0

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.

**Câu 9:** Cho phương trình x2 - 2mx - 1 = 0 (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x1, x2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Tìm m để  - x1x2 = 7

**Đáp án:**

a) Ta thấy: a = 1; b = - 2m; c = - 1, rõ ràng: a. c = 1 . (-1) = -1 < 0

 phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Vì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Theo hệ thức Vi-ét, ta có:



Do đó: 

 (2m)2 - 3 . ( -1) = 7  4m2 = 4  m2 = 1  m =  1.

**Câu 10:** Cho phương trình ẩn x: x2 - (2m + 1) x + m2 + 5m = 0

a) Giải phương trình với m = -2.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm sao cho tích các nghiệm bằng 6.

**Đáp án:**

a) m = - 2, phương trình là: x2 + 3x - 6 = 0; ∆ = 33> 0, phương trình có hai nghiệm phân biệt x1, 2 = 

b) Ta có ∆ = 4m2 + 4m + 1 - 4m2 - 20m

= 1 - 16m.

Phương trình có hai nghiệm  ∆ ≥ 0  1 - 16m ≥ 0 

Khi đó hệ thức Vi-ét ta có tích các nghiệm là m2 + 5m.

Mà tích các nghiệm bằng 6, do đó m2 + 5m = 6

 m2 + 5m - 6 = 0

Ta thấy a + b + c = 1 + 5 + (-6) = 0 nên m1 = 1; m2 = - 6.

Đối chiếu với điều kiện m ≤  thì m = - 6 là giá trị cần tìm.

**Câu 11**: Cho phương trình: x2- 4x + m +1 = 0 (1)

1. Giải phương trình (1) khi m = 2.
2. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x1, x2 thỏa mãn đẳng thức = 5 (x1 + x2)

**Đáp án:**

a) Khi m = 2, PT đã cho trở thành: x2- 4x + 3 = 0

Ta thấy: a +b + c = 1 - 4 +3 = 0

Vậy PT đã cho có 2 nghiệm: x1 = 1; x2 = 3

b) Điều kiện để phương trình đã cho có nghiệm là:  

3 - m  0 m  3 (1)

Áp dụng hệ thức Vi ét ta có : 

= 5 (x1+ x2) (x+ x)2- 2x1x2 = 5 (x1 + x2)

42 - 2 (m +1) = 5.42 (m + 1) = - 4  m = - 3

Kết hợp với điều kiện (1) , ta cóm = - 3

**Câu 12:** Cho phương trình x2 - (m + 5)x - m + 6 = 0 (1)

a) Giải phương trình với m = 1

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm x = - 2

c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x1, x2 thoả mãn 

**Đáp án:**

x2 - (m + 5)x - m + 6 = 0 (1)

a) Khi m = 1, ta có phương trình x2 - 6x + 5 = 0

a + b + c = 1 - 6 + 5 = 0  x1 = 1; x2 = 5

b) Phương trình (1) có nghiệm x = - 2 khi:

(-2)2 - (m + 5) . (-2) - m + 6 = 0  4 + 2m + 10 - m + 6 = 0

 m = - 20

c) ∆ = (m + 5)2 - 4(- m + 6) = m2 + 10m + 25 + 4m - 24

= m2 + 14m + 1

Phương trình (1) có nghiệm khi ∆ = m2 + 14m + 1 ≥ 0 (\*)

Với điều kiện trên, áp dụng định lí Vi-ét, ta có:

S = x1 + x2 = m + 5; P = x1. x2 = - m + 6. Khi đó: 

 

Giá trị m = 3 thoả mãn, m = - 2 không thoả mãn điều kiện. (\*)

Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.

**Câu 13**: Tìm m để phương trình ẩn x sau đây có ba nghiệm phân biệt:

x3 - 2mx2 + (m2 + 1) x - m = 0 (1).

**Đáp án:** (1) x3 - 2mx2 + m2x + x - m = 0

 x (x2 - 2mx + m2) + x - m = 0

 x (x - m)2 + (x - m) = 0

 (x - m) (x2 - mx + 1) = 0 

Để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt khác m.

Dễ thấy x = m không là nghiệm của (2). Vậy (2) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

∆ = m2 - 4 > 0  .

Vậy các giá trị m cần tìm là: 

**Câu 14:** Cho phương trình  với  là tham số.

a) Giải phương trình khi .

b) Tìm  để phương trình có hai nghiệm  thoả mãn

.

**Đáp án:**

a) Với , ta có phương trình: . Các hệ số của phương trình thoả mãn  nên phương trình có các nghiệm: , .

b) Phương trình có biệt thức  nên phương trình luôn có hai nghiệm  với mọi .

Theo định lý Viet, ta có: .

Điều kiện đề bài  . Từ đó ta có:   .

Phương trình này có tổng các hệ số  nên phương trình này có các nghiệm .

Vậy các giá trị cần tìm của  là .

**Câu 15:** Tìm nghiệm nguyên của phương trình x2 + px + q = 0

biết p + q = 198.

**Đáp án:**

Phương trình có nghiệm khi 0⬄ p2 + 4q  0; gọi x1, x2 là 2 nghiệm.

- Khi đó theo hệ thức Viét có x1+ x2 = - p và x1x2 = q

mà p + q = 198 => x1x2 - (x1+ x2) = 198

⬄ (x1 - 1)(x2 - 1) = 199 = 1 . 199 = (- 1)(-199) ( Vì x1, x2  Z )

Nên ta có :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 - 1 | 1 | -1 | 199 | -199 |
| x2 - 1 | 199 | -199 | 1 | -1 |
| x1 | 2 | 0 | 200 | -198 |
| x2 | 200 | -198 | 2 | 0 |

Vậy phương trình có các nghiệm nguyên:

(2; 200); (0; -198); (200; 2); (-198; 0)

**Câu 16:** Cho phương trình  với  là tham số.

a) Giải phương trình khi .

b) Tìm giá trị của  để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt  thoả mãn điều kiện: .

**Đáp:**

a) Khi  phương trình trở thành 

; .

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt   

 .

Khi đó theo định lí Vi-et ta có:  (1) và  (2).

Điều kiện bài toán   

 (do (1))  (3).

Từ (1) và (3) ta có: . Thay vào (3) ta được:   , thoả mãn điều kiện.

Vậy .

**Câu 17:** Cho phương trình  với  là tham số.

a) Giải phương trình khi  và .

b) Tìm giá trị của  để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt  thoả mãn điều kiện: .

**Đáp án:**

1. Khi  và  ta có phương trình: .

Do a + b + c = 0 nênphương trình có nghiệm .

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt    (\*)

Khi đó theo định lý Vi-et, ta có  (1).

Bài toán yêu cầu    (2).

Từ hệ (2) ta có: , kết hợp với (1) được .

Các giá trị này đều thoả mãn điều kiện (\*) nên chúng là các giá trị cần tìm.

**Câu 18**: Cho phương trình ẩn x: x2 – x + m = 0 (1)

a) Giải phương trình đã cho với m = 1.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x1, x2 thỏa mãn: (x1x2 – 1)2 = 9( x1 + x2 ).

**Đáp án:**

a) Với m = 1, ta có phương trình: x2 – x + 1 = 0

Vì ∆ = - 3 < 0 nên phương trình trên vô nghiệm.

1. Ta có: ∆ = 1 – 4m. Để phương trình có nghiệm thì ∆0

1 – 4m0  (1).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: x1 + x2 = 1 và x1.x2 = m

Thay vào đẳng thức: ( x1x2 – 1 )2 = 9( x1 + x2 ), ta được:

(m – 1)2 = 9 m2 – 2m – 8 = 0.

Đối chiếu với điều kiện (1) suy ra chỉ có m = -2 thỏa mãn.

**Câu 19**: Cho phương trình ẩn x: x2 – 2mx - 1 = 0 (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x1 và x2.

b) Tìm các giá trị của m để: x12 + x22 – x1x2 = 7.

**Đáp án:**

a) Ta có  = m2 + 1 > 0, ∀m ∈ R. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Vi-ét thì: x1 + x2 = 2m và x1.x2 = - 1. Ta có: x12 + x22 – x1x2 = 7

(x1 + x2)2 – 3x1.x2 = 7  4m2 + 3 = 7m2 = 1 m = .

**Câu 20:** Cho phương trình  (1) với  là tham số.

a) Giải phương trình khi .

b) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m. Gọi  là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: A = .

**Đáp án:**

a) Với  phương trình trở thành .

 nên phương trình có hai nghiệm , .

b) Phương trình có biệt thức  với mọi .

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm . Khi đó theo định lý Viet thì .

Biểu thức A =  = ==  = .

Do  nên , suy ra A ≥ .

Dấu bằng xảy ra  .

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là , đạt được khi .

**Câu 21:** Cho phương trình x2 + (2m + 1) x + m2 + 1 = 0 (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 1

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

**Đáp án:**

a) Khi m = 1 ta có phương trình: x2 + 3x + 2 = 0

Vì a = 1; b = 3; c = 2 => a - b + c = 0

Vậy phương trình có x1 = - 1; x2 = - 2

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi: .

**Câu 22:** Cho phương trình x2 + 2 (m - 1)  + m + 1 = 0 với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

**Đáp án:** Đặt  = t, được t2 + 2(m - 1)t + m + 1 = 0 (1)

Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt ⬄ (1) có 2 nghiệm khác dấu hoặc (1) có nghiệm kép t > 0.

+) (1) Có 2 nghiệm khác dấu <=> m + 1 < 0 <=> m < -1

+)  = 0 <=> m2 - 3m = 0 <=> 

Thay vào (1) để xét thì m = 0 thỏa mãn, m = 3 bị loại.

Vậy m < - 1 hoặc m = 0.

**Câu 23:** Cho phương trình: (x2 - x - m)(x - 1) = 0 (1)

a) Giải phương trình khi m = 2.

b) Tìm m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

**Đáp án:**

a) Với m = 2, ta có phương trình

(x2 - x - 2)(x - 1) = 0 <=> 

Vậy phương trình có 3 nghiệm x 1; x = 2

b) Vì phương trình (1) luôn có nghiệm x1 = 1 nên phương trình (1) có 2 đúng nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

- Hoặc phương trình f(x) = x2 - x - m = 0 có nghiệm kép khác 1

.

- Hoặc phương trình f(x) = x2 - x - m = 0 có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.



Vậy phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

m = - ; m = 0.

**Câu 24:** Cho phương trình: x4 - 5x2 + m = 0 (1)

a) Giải phương trình khi m = 4.

b) Tìm m để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt.

**Đáp án:**

a) Với m = 4 ta có x4 - 5x2 + 4 = 0

Đặt x2 = t , với  ta có pt t2 - 5t + 4 = 0 <=> t1 = 1; t2 = 4

Từ đó, ta được: .

Vậy phương trình có 4 nghiệm 

b) x4 - 5x2 + m = 0 (1) có dạng f(y) = y2 - 5y + m = 0 (2)

(với y = x2 ; y > 0)

Phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt ⬄phương trình (2):

1) Hoặc có nghiệm kép khác 0 <=> .

2) Hoặc có 2 nghiệm khác dấu .

Vậy m = hoặc m < 0 thì phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt

**Câu 25:** Cho phương trình: x2 - 2x + m = 0 (1)

a) Giải phương trình khi m = - 3.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x1, x2 thoả mãn:

= 1.

**Đáp án:**

a) Khi m = - 3, ta có phương trình x2 - 2x - 3 = 0

Vì a - b + c = 1 - (- 2) + (- 3) = 0 nên x1 = - 1; x2 = 3

b) Phương trình có nghiệm > 0 1 - m > 0  m < 1

Khi đó theo hệ thức Viét, ta có: x1 + x2 = 2 và x1x2 = m (1)

 (2)

Từ (1), (2), ta được: 4 - 2m = m2 <=> m2 + 2m - 4 = 0

 = 1 + 4 = 5 =>  =  nên m = -1 +  (loại);

m= - 1 - (T/m vì m < 1).

Vậy giá trị m cần tìm là: 

**Câu 26:** Cho phương trình: x2 - 2mx - 6m = 0 (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 2

b) Tìm m để phương trình (1) có 1 nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia.

**Đáp án**:

a) Khi m = 2, phương trình (1) trở thành: x2 - 4x -12 = 0

= 16, pt đã cho có 2 nghiệm: x = - 2; x = 6.

1. Phương trình (1) có nghiệm m2 + 6m

 (2)

Khi đó, theo hệ thức Vi ét ta có:  (3)

Phương trình có 1nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia khi và chỉ khi: 

 (4)

Từ (3), (4), ta có:  (TMĐK (2))

Vậy các giá trị m cần tìm là .

**Câu 27:** Cho phương trình:  (1)

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi 2 nghiệm của phương trình (1) là . Lập một phương trình bậc 2 có 2 nghiệm là  và .

**Đáp án :**

a) Do nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Vì  là 2 nghiệm của phương trình (1) nên theo hệ thức Vi-et, ta có:

 , .

Do đó: .

và P =.

Vậy phương trình bậc 2 cần tìm là: .

**Câu 28:** Cho ph­ương trình: (m+1)x2 -2(m - 1)x + m - 2 = 0 (1) (m là tham số)

a) Giải ph­ương trình (1) với m = 3.

b) Tìm các giá trị của m để ph­ương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x1, x2 thỏa mãn 

**Đáp án:**

a) Với m = 3 ta có PT (3+1 )x2 - 2(3 - 1)x + 3 - 2 = 0

 4x2 - 4x + 1 = 0



Suy ra PT có nghiệm kép x = 1/2

b) Để PT có 2 nghiệm phân biệt thì  

Mà theo ĐL Vi-ét ta có: 

Từ ta có: 

 

  thoả mãn (\*)

Vậy m phải tìm là -2.

**Câu 29:**Cho ph­ương trình: mx2- (2m + 3 )x+ m - 4= 0

a) Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt?

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m.

**Đáp án:**

a) Ph­ương trình trên có 2 nghiệm phân biệt khi:

⇔⇔

Vậy với  thì pt trên có 2 nghiệm phân biệt.

b) Khi đó pt có 2 nghiệm thoả mãn: ⇔

⇔ Cộng 2 vế pt trên ta đ­ợc:

4(x1+x2) +3 x1x2=11. Đây chính là hệ thức cần tìm.