**DẠNG 1: CHIA HẾT**

A.Bài toán

##  Chứng minh rằng: với

## Chứng minh rằng: chia hết cho

## a) Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho  thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

b) Tìm các số nguyên n để chia hết cho 

## Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

## Chứng minh  chia hết cho với mọi

## Chứng minh rằng:

 chia hết cho 

## Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì

## Chứng minh rằng

a) chia hết cho 17

b) chia hết cho 44

## Chứng minh rằng

## Cho  là hai số tự nhiên. Biết rằng  chia cho 5 dư 3 và  chia cho 5 dư 2. Hỏi tích  chia cho 5 dư bao nhiêu ?

## Cho các số nguyên . Đặt  và . Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

## a) Chứng minh rằng:  chia hết cho 45

 b) Chứng minh rằng: Với mọi số tự nhiên n ta có: .

## Chứng minh:

 a)  chia hết cho 7.

 b)  chia hết cho 2, với .

 c)  chia hết cho 30, với .

 d)Nếu  thì  chia hết cho .

 e)  là bình phương của một số nguyên, với .

 f)  chia hết cho .

 g)  chia hết cho , với .

## Chứng minh rằng:  chia hết cho 6 (Câu 2b đề 10)

## Chứng minh: Với mọi n là số tự nhiên chẵn thì biểu thức:

chia hết cho 

## Chứng minh rằng  chia hết cho 16, với

## **a)** Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9

b)Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì

## Cho là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3

Chứng minh rằng: chia hết cho 3.

## Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

## Chứng minh rằngchia hết cho

## Chứng minh rằng:

chia hết cho 40

## Chứng minh rằng chia hết cho

## Chứng minh rằngchia hết cho


## Chứng minh rằng:

1. chia hết cho 17
2. chia hết cho 44

## a)Chứng minh rằng: với mọi số nguyên

## b)Tìm số nguyên n sao cho:

## **.** Cho số tự nhiên Chứng minh rằng nếu thì tích chia hết cho 6

## Cho n là số nguyên dương, chứng minh rằng 16n – 15n – 1 chia hết cho 225.

## Chứng minh rằng  chia hết cho 7

## Chứng minh rằng chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n

## Chứng minh rằng  chia hết cho 1930

Chứng minh rằng:  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .

## Tìm các số có 3 chữ số chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7

## Chứng minh rằng vơi mọi số tự nhiên thì phân số tối giản

## Chứng minh rằng chia hết cho với mọi


## Chứng minh rằng

1. Đặt Chứng minh rằng chia hết cho 3 với mọi giá trị nguyên dương của

1. Nếu chia dư và b chia dư 3 thì chia hết cho 13

1. Tìm các số nguyên thỏa mãn

## Chứng minh rằng: với


## Hãy chứng minh :

chia hết cho 210 với mọi số tự nhiên n

1. Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9
2. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì

## Cho là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3

Chứng minh rằng: chia hết cho 3

## Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

## Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

## Chứng minh rằng với mọi số nguyên ta có: chia hết cho 30.

## Hãy viết thêm vào bên phải số 43 hai chữ số để nhận được một số có 4 chữ số chia hết cho 3 và 7.

## Chứng minh rằng vơi mọi số tự nhiên thì phân số tối giản.

a) Cho  Tìm để là số nguyên.

b) Tìm số tự nhiên để chia hết cho .

## Chứng minh tổng lập phương của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 9.

## Cho a, b, c thỏa mãn Chứng minh:

## Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thìA = 5n+2 + 26.5n + 82n+1  59

## a. Tìm số tự nhiên n để đa thức A chia hết cho đơn thức B

A = 3xn-1y6 - 5xn+1y4 và B = 2x3yn

b. Xác định các giá trị của a,b và c để đa thức P(x) = x4 + ax2 + bx + c chia hết cho (x – 3)3

## Chứng minh rằng số có dạng  chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n.

## Chứng minh rằng  chia hết cho 64 với mọi n là số nguyên lẻ.

## Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên  thỏa mãn  chia hết

## Cho số tự nhiên n > 3. Chứng minh răng nếu 2n = 10a + b (a, b , 0 < b < 10) thì tích ab chia hết cho 6.

Chứng minh  thì  là hợp số

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì biểu thức luôn chia hết cho 30.

Chứng minh rằng:

1. chia hết cho 17
2. chia hết cho 44

## Cho n là số tự nhiên lẻ. Chứng minh $\left(n^{3}-n\right)\vdots 24$

## Chứng minh chia hết cho với mọi

## Cho là các số nguyên. Chứng minh rằng chia hết cho 30.

## Cho 3 số tự nhiên Chứng minh rằng nếu chia hết cho 3 thì chia hết cho 6

1. Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9
2. Tìm các số nguyên n để chia hết cho 

## Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương thì:

## Chứng minh chia hết cho 100

## Chứng minh rằng: chia hết cho

## Cho là các số tự nhiên có tổng cộng bằng

Chứng minh rằng: chia hết cho 3.

## Tìm  sao cho chia hết cho đa thức

## Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì chia hết cho 6

## Chứng minh rằng: với mọi

B. HƯỚNG DẪN

## Chứng minh rằng: với



Lời giải

Ta có:

Do đó là tích của số nguyên liên tiếp 

## Chứng minh rằng: chia hết cho

Lời giải

Ta có: 

Vì  chia hết cho 2010 (1)

Vì  chia hết cho 2010 (2)

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

## a) Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho  thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

b) Tìm các số nguyên n để chia hết cho 

Lời giải

1. Gọi 2 số phải tìm là và , ta có chia hết cho 3

Ta có: 

Vì chia hết cho 3 nên  chia hết cho 3.

Do vậy, chia hết cho 9

1. 

Hay 

Xét hai trường hợp:



 không có giá trị của n thỏa mãn

## Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

Lời giải

Gọi 2 số phải tìm là  và b, ta có chia hết cho 3.

 

Vì chia hết cho nên chia hết cho 3

Do vậy  chia hết cho 9

## Chứng minh  chia hết cho với mọi

Lời giải



Vì  là tích ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3,  nên chia hết cho 6

 , suy ra điều phải chứng minh

## Chứng minh rằng:

 chia hết cho 

Lời giải











Vậy 

a) Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì

Lời giải

a) Ta phải chứng minhvới 



Nhận thấy và  Vậy 



 và 

Vậy 

## Chứng minh rằng

a) chia hết cho 17

b) chia hết cho 44

Lời giải

a)Ta có: chia hết cho 17

b)Ta có:

chia hết cho 44

## Chứng minh rằng

**Lời giải**



Do tích của số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 5 và trong 5 số nguyên liên tiếp luôn có ba số nguyên liên tiếp mà tích của chúng chia hết cho 6 và 

Suy ra và 

Vậy 

## Cho  là hai số tự nhiên. Biết rằng  chia cho 5 dư 3 và  chia cho 5 dư 2. Hỏi tích  chia cho 5 dư bao nhiêu ?

Lời giải

 chia cho 5 dư 3 nên tồn tại số tự nhiên m sao cho  (1)

  chia cho 5 dư 2 nên tồn tại số tự nhiên n sao cho  (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

 Suy ra  chia cho 5 dư 1.

## Cho các số nguyên . Đặt  và . Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

Lời giải

**HD**: Xét hiệu: 

Chứng minh:  với mọi số nguyên .

Sau đó sử dụng tính chât chia hết của một tổng suy ra đpcm.

## a) Chứng minh rằng:  chia hết cho 45

 b) Chứng minh rằng: Với mọi số tự nhiên n ta có: .

Lời giải

a) Chứng minh rằng:  chia hết cho 45.

HD: Đặt 

Nhận xét 45 = 5.9 mà 5 và 9 là hai số nguyên tố cùng nhau (1)

Vậy để c/m  ta cần c/m  và 

Thật vậy, (2)

(Vì  và )

Mặt khác,  và . Do đó, (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra đpcm.

\* Chú ý: 

b) Chứng minh rằng: Với mọi số tự nhiên n ta có: .

Ta có: 

( Vì ).

Suy ra đpcm.

## Chứng minh:

 a)  chia hết cho 7.

 b)  chia hết cho 2, với .

 c)  chia hết cho 30, với .

 d) Nếu  thì  chia hết cho .

 e)  là bình phương của một số nguyên, với .

 f)  chia hết cho .

 g)  chia hết cho , với .

Lời giải

Chứng minh:

 a)  chia hết cho 7

Ta có: 

Vậy,  chia hết cho 7 .

 b)  chia hết cho 2, với .

Ta có:

Vậy,  chia hết cho 2, với 

 c)  chia hết cho 30, với .

Ta có: 

Vì  và  mà  nên 

Vậy,  chia hết cho 30, với .

 d) Nếu  thì  chia hết cho .

Ta có: 

 

Vậy,  chia hết cho 

 e)  là bình phương của một số nguyên, với .

Ta có: 

 

Vậy,  là bình phương của một số nguyên, với 

 f)  chia hết cho .

Ta có

Xét tại  thì 

Vậy,  chia hết cho .

 g)  chia hết cho , với .

 Ta có: (1)

Mặt khác, 

Từ (1) và (2) suy ra 

Vậy,  chia hết cho , với .

## Chứng minh rằng:  chia hết cho 6

Lời giải

Chứng minh rằng:  chia hết cho 6

Ta có: ******

 

Vì  và  nên  (đpcm)

## Chứng minh: Với mọi n là số tự nhiên chẵn thì biểu thức:

chia hết cho 

Lời giải

Chứng minh: Với mọi n là số tự nhiên chẵn thì biểu thức:

chia hết cho .

Ta có:  và . Ta cần c/m:  và .

Ta có

 Mà  hay 

Và  ( vì  là số chẵn ) hay 

Từ (1) và (2) suy ra .

Tương tự, 

Mà  hay 

Và  ( vì  là số chẵn ) hay 

Từ (3) và (4) suy ra .

Vì  và  mà  suy ra  (đpcm)

## Chứng minh rằng  chia hết cho 16, với

Lời giải

Chứng minh rằng  chia hết cho 16, với 

Ta có: 

 

 

Vì là tích của hai số nguyên liên tiếp nên

Suy ra  mà 

Vậy,  với .

## *a)Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9*

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì

Lời giải

1. Ta phải chứng minhvới 



Nhận thấy và 

 Vậy 



 và 

Vậy 

## Cho là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3

Chứng minh rằng: chia hết cho 3.

Lời giải: Dễ thấy là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3

Xét hiệu:



Các hiệu trên chia hết cho 3 , do vậy A chia hết cho 3

## Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

Lời giải

Vì số thứ nhất chia cho 5 dư 1 nên có dạng , số thứ hai chia cho 5 dư 2 nên có dạng (

Ta có tổng bình phương hai số đó là:



Vậy tổng bình phương của hai số chia hết cho 5

## Chứng minh rằngchia hết cho

Lời giải

Ta có: 

Vì (1)



Từ (1) và (2) ta có dpcm.

## Chứng minh rằng:

chia hết cho 40

Lời giải



Vậy


## Chứng minh rằng chia hết cho

Lời giải



Vì 

Và có chữ số tận cùng bằng 0

Nên  chia hết cho 10

Vậy chia hết cho


## Chứng minh rằngchia hết cho

Lời giải

Ta có: 

Vì 

 chia hết cho 2010 (1)

Vì 

 chia hết cho

Từ (1) và (2) ta có đpcm.

## Chứng minh rằng:

1. chia hết cho 17
2. chia hết cho 44

Lời giải

1. Ta có: 

Rõ ràng kết quả trên chia hết cho 17

1. Áp dụng hằng đẳng thức

với mọi n lẻ

Ta có: 

chia hết cho 44

## a) Chứng minh rằng: với mọi số nguyên

Lời giải

Ta có:

 

Vì là số nguyên nên:  là ba số nguyên liên tiếp

Do đó có ít nhất một số chia hết cho 2, 1 số chia hết cho 3

hay với mọi số nguyên

b)Tìm số nguyên n sao cho: 

Lời giải

Để thì hay là Ư



Vậy thì 

## *Cho số tự nhiên Chứng minh rằng nếu thì tích chia hết cho 6*

Lời giải

 Ta có: 

Ta chứng minh 

Thật vậy , từ đẳng thức có chữ số tận cùng là 

Đặt  ta có: 

Nếu thì tận cùng là 

Suy ra 

Từ và suy ra 

## Cho n là số nguyên dương, chứng minh rằng 16n – 15n – 1 chia hết cho 225.

Lời giải

Với n = 1 ta có: 16 – 15 – 1 = 0  225

Giả sử bài toán đúng với n = k tức là ta có:

 16k – 15k – 1  225

Ta chứng minh bài toán đúng với n = k + 1

Thật vậy: 16k+1 – 15(k+1) – 1 = 16.16k – 15k – 15 – 1

 = 16k (15 + 1) – 15k – 15 – 1

 = (16 k – 15k – 1) + 15(15k – 1)

 = (16 k – 15k – 1) + 225. A(k)  225

Vậy 16n – 15n – 1 chia hết cho 225 với mọi n là số nguyên dương.

## Chứng minh rằng  chia hết cho 7

Lời giải

 

## Chứng minh rằng chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n

Lời giải

Ta có: chia hết cho 3 vì tích của 3 số nguyên liên tiếp

Ta cũng có chia hết cho 2 vì trong 3 số liên tiếp có 1 số chẵn

Mà . Vậy chia hết cho 6

## **.** Chứng minh rằng  chia hết cho 1930

Lời giải

Đặt . Ta có:



Mà nên suy ra đpcm.

Chứng minh rằng:  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .

Lời giải

Chứng minh rằng: chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .

Theo giả thiết là một số tự nhiên nên là ba số tự nhiên liên tiếp

Vì tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3 nên

Mặt khác, nên .

Vậy, chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .


## *Tìm các số có 3 chữ số chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7*

Lời giải

Gọi số có ba chữ số cần tìm là

Ta có:

Vì

Mặt khác, vì ết hợp với (3) suy ra

Do đó chỉ có thể nhận các giá trị

Với Kết hợp với (4) ta chọn được các số thỏa mãn.

Với Đổi vai trò và của trường hợp trên ta được các cặp số thỏa mãn Câu toán.

Với mà do (4) nên

Do nên chỉ có thể nhận các giá trị

Từ đó ta chọn được 12 số thỏa mãn là

Vậy có 18 số thỏa mãn Câu toán:


## Chứng minh rằng vơi mọi số tự nhiên thì phân số tối giản

Lời giải

Gọi là ƯCLN của và

là số tự nhiên lẻ

Mặt khác, mà lẻ nên

Vậy phân số trên tối giản

## Chứng minh rằng chia hết cho với mọi

Lời giải

 là tích 4 số nguyên liên tiếp trong đó phải có 1 số chia hết cho 2, một số chia hết cho 3 và một số chia hết cho 4

Nên

Vậy


## Chứng minh rằng

Lời giải

Do tích của số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 5 và trong 5 số nguyên liên tiếp luôn có ba số nguyên liên tiếp mà tích của chúng chia hết cho 6 và

Suy ra và

Vậy


## a) Đặt Chứng minh rằng chia hết cho 3 với mọi giá trị nguyên dương của

b)Nếu chia dư và b chia dư 3 thì chia hết cho 13

c)Tìm các số nguyên thỏa mãn 

Lời giải

Khi đó: ; là tích của 3 số nguyên dương liên tiếp nên chia hết cho 3

1. Thực hiện chia
2. 

Để nguyên với n nguyên khi 

Khi đó 

## Chứng minh rằng: với

 Lời giải

Ta có:

Do đó là tích của số nguyên liên tiếp


## Hãy chứng minh :

chia hết cho 210 với mọi số tự nhiên n

Lời giải



Đây là tích của 7 số nguyên liên tiếp nên có một bộ của 2, 1 bội của 3, 1 bội của 5, 1 bội của 7

Mà nên 

## Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì
2. Lời giải
3. Ta phải chứng minhvới 



Nhận thấy và 

 Vậy 



 và 

Vậy 

## Cho là các số tự nhiên có tổng chia hết cho 3

Chứng minh rằng: chia hết cho 3.

Lời giải

Dễ thấy là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3

Xét hiệu:



Các hiệu trên chia hết cho 3 , do vậy A chia hết cho 3

## Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

Lời giải

Cho hai số nguyên, số thứ nhất chia cho 5 dư 1, số thứ hai chia cho 5 dư 2. Hỏi tổng bình phương của chúng có chia hết cho 5 không ?

## Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9

Lời giải

Gọi 2 số phải tìm là và b, ta có chia hết cho 3.

Ta có: Vì chia hết cho nên chia hết cho 3

Do vậy chia hết cho 9

## Chứng minh rằng với mọi số nguyên ta có: chia hết cho 30.

**Lời giải**

Ta có:



Ta có: chia hết cho 2, 3 và 5



Tương tự, ta có: 



## Hãy viết thêm vào bên phải số 43 hai chữ số để nhận được một số có 4 chữ số chia hết cho 3 và 7.

**Lời giải**

Vì , theo bài toán ta có 

Vì chia 21 dư 16 nên hay chia 21 dư 5.

Vậy 

Cho , số mới là 4305

Cho , số mới là 4326

Cho số mới là 4347

Cho , số mới là 

Cho số mới là 4389

## Chứng minh rằng vơi mọi số tự nhiên thì phân số tối giản.

**Lời giải**

Gọi là ƯCLN của và 

là số tự nhiên lẻ

Mặt khác: , mà lẻ nên 

Vậy phân số trên tối giản

## a) Cho Tìm để là số nguyên.

b) Tìm số tự nhiên để chia hết cho 

**Lời giải**

a) Rút gọn 

Để A nguyên nguyên

b)





+) Nếu 

+) Nếu thì  nên không thể xảy ra



Vậy 

## Chứng minh tổng lập phương của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 9.

**Lời giải**

Ta có ba số tự nhiên liên tiếp là 

Khi đó ta có: 

Cho a, b, c thỏa mãn Chứng minh: 

**Lời giải**

Ta có:

 

 Do  là tích 5 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2, 3 và 5, do đó chia hết cho 30.

Lại có chia hết cho 6 nên chia hết cho 30.

Từ đó suy ra chia hết cho 30

Tương tự chia hết cho 30 và chia hết cho 30

Từ đó suy ra chia hết cho 30

Mà nên chia hết cho 30

## Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thìA = 5n+2 + 26.5n + 82n+1  59

**Lời giải**

5n+2 + 26.5n + 82n+1 = 25.5n + 26.5n + 8.82n = 5n(59 – 8) + 8.64n = 59.5n + 8(64n – 5n)

59.5n  59 vaø 8(64n – 5n) (64 – 5) = 59

Vaäy 5n+2 + 26.5n + 82n+1  59

## a. Tìm số tự nhiên n để đa thức A chia hết cho đơn thức B

A = 3xn-1y6 - 5xn+1y4 và B = 2x3yn

b. Xác định các giá trị của a,b và c để đa thức P(x) = x4 + ax2 + bx + c chia hết cho (x – 3)3

**Lời giải** a) Điểu kiện để A chia hết cho B là



Vậy với n = 4 thì đa thức A chia hết cho đơn thức B

Khi đó A:B = (3x3y6 – 5x5y4)(2x3y4) = 

b) Chia P(x) cho (x – 3)3 ta được thương là x + 9 và dư là

R(x) = (a + 54)x2 + (b-216)x + 243 + c

P(x) (x - 3)3  R (x)  0 cho ta

a + 54 = 0  a = -54; b – 216 = 0  b = 216; c + 243 = 0  c = -243

## Chứng minh rằng số có dạng  chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n.

**Lời giải**

 = 

Vì  là ba số tự nhiên liên tiếp nên tồn tại 1 số chia hết cho 3. Do đó 

Vì  là bốn số tự nhiên liên tiếp nên có 2 số chẵn liên tiếp, trong 2 số chẵn liên tiếp có 1 số chia hết cho 2, số kia chia hết cho 4.

Vậy 

Vì ƯCLN(3;8) =1 nên  chia hết cho 24.

## Chứng minh rằng  chia hết cho 64 với mọi n là số nguyên lẻ.

**Lời giải**

Ta có  với mọi x, y.



P =  khi x = 10 và y = 10

Vậy Max **P** =  khi x = 10 và y = 10.

## Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên  thỏa mãn  chia hết

**Lời giải**

Giả sử tồn tại số nguyên thỏa mãn  chia hết 

 = 

ta có  là 3 số nguyên liên tiếp nên tồn tại một số là bội của 3 suy ra 

Vì 12a chia hết cho 3 nên  (1)

Mặt khác  chia cho 3 dư 2 (2)

Từ (1) và (2) dẫn đến điều giả sử trên là sai, tức là không có số nguyên nào thỏa mãn điều kiện bài toán đã cho.

## Cho số tự nhiên n > 3. Chứng minh rằng nếu 2n = 10a + b (a, b , 0 < b < 10) thì tích ab chia hết cho 6.

**Lời giải**

Ta có 2n  10a  b  b  2  ab  2 (1)

Ta chứng minh ab  3 (2)

Thật vậy, từ đẳng thức 2n  10a  b  2n có chữ số tận cùng là b.

Đặt n  4k  r (k, r N, 0 ≤ r ≤ 3) ta có: 2n  16k2r.

Nếu r  0 thì 2n  16k tận cùng là 6  b  6  ab 6.

Nếu 1 ≤ r ≤ 3 thì 2n  2r  2r(16k  1)  10  2n tận cùng là 2r

suy ra b  2r  10a  2n  2r  2r(16k  1)  3  a  3  ab  3.

Từ (1) và (2) suy ra ab  6**.**

## Chứng minh thì  là hợp số

**Lời giải**

1. Ta có: 



Do nên .Vậy là hợp số.

## **:** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên thì biểu thức luôn chia hết cho 30.

**Lời giải**



Vì  là tích ba số nguyên liên tiếp nên 

+) Nếu 

+)Nếu dư 1 thì 

+)Nếu dư 4 thì 

+)Nếu dư 2 hoặc 3 thì dư 4

Vậy với mọi x và  (2)

Từ (1) và (2) suy ra 

Chứng minh rằng:

1. chia hết cho 17
2. chia hết cho 44

**Lời giải**

1. Ta có: 

Rõ ràng kết quả trên chia hết cho 17

1. Áp dụng hằng đẳng thức

với mọi n lẻ

Ta có: 

chia hết cho 44

**Lời giải**

Ta có: $n^{3}-n=n\left(n-1\right)\left(n+1\right)$

Vì $\left(n-1\right);n;\left(n+1\right) $là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một trong ba số đó chia hết cho 3 (1)

Do đó

 $\left(n^{3}-n\right)\vdots 8$ (2)

Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau nên kết hợp với (1); (2) suy ra

 $\left(n^{3}-n\right)\vdots 24$

##

Vì là tích ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3, nên chia hết cho 6

 , suy ra điều phải chứng minh

## Học sinh biến đổi được



Lập luận được , kết luận

****

****là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 6 

1. Gọi 2 số phải tìm là và , ta có chia hết cho 3

Ta có: 

Vì chia hết cho 3 nên chia hết cho 3.

Do vậy, chia hết cho 9

1. 

Hay 

Xét hai trường hợp:



không có giá trị của n thỏa mãn

 ****

 ****chia hết cho 7

 chia hết cho 13

Do nên chia hết cho 91

##

Vì 

Và có chữ số tận cùng (hàng đơn vị ) bằng 0

Nênchia hết cho 10

Vậychia hết cho 10.

1. Ta có: 

Vì  chia hết cho 2010 (1)

Vì  chia hết cho 2010 (2)

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

## Dễ thấy là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3

Xét hiệu 

 chia hết cho 3

Mà là các số tự nhiên có tổng bằng 

Do vậy chia hết cho 3.

## Tìm  sao cho chia hết cho đa thức

**Lời giải**





1. Thay vào ta có:

 và và 

Vậy 

## Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì chia hết cho 6

**Lời giải**



Vì là tích 3 số nguyên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 2, một số chia hết cho 3 mà nên chia hết cho 6

chia hết cho 6 Nên chia hết cho 6

## Chứng minh rằng: với mọi

**Lời giải** 



Đặt 



Ta thấy chia hết cho 3( vì tích 3 số tự nhiên liên tiếp)

Và chia hết cho 3

Nên chia hết cho 9