|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI OLYMPIC 24/3 TỈNH QUẢNG NAM**  **NĂM 2021** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | Môn thi : **TOÁN LỚP 11**  Thời gian : **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* |
| *(Đề thi có 01 trang)* | Ngày thi : 20/3/2021 |

**Câu 1 (3,0 điểm).** Giải các phương trình sau:

a)  b) 

**Câu 2 (4,0 điểm).**

a) Cho dãy số gồm có ba số hạng  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Nếu ta trừ số hạng thứ ba cho 4 thì dãy thu được là một cấp số cộng. Nếu trừ số hạng thứ hai và thứ ba của cấp số cộng vừa thu được cho 1 thì dãy thu được là một cấp số nhân. Tìm dãy số .

b) Cho dãy số biết: và .

Chứng tỏ rằng  và tính tổng .

**Câu 3 (6,0 điểm).**

a) Cho số nguyên dương . Chứng minh rằng: 

b) Gọi  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập . Tính xác suất để số được chọn có đúng ba chữ số giống nhau.

c)Cho hàm số  .

Tìm giá trị của tham số a để hàm số  liên tục tại .

**Câu 4 (3,0 điểm).**

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường tròn  và  với phương trình  . Biết rằng phép vị tự tâm A(0;1) tỉ số  biến đường tròn  thành đường tròn . Viết phương trình đường tròn .

b) Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC đều. Tìm tập hợp những điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho .

**Câu 5 (4,0 điểm).**

Cho hình lăng trụ đứng *ABC.A’B’C’* có và góc . Gọi *M* là trung điểm cạnh *CC’*.

a) Chứng minh *MB* vuông góc với *MA’*.

b) Tính khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (*A’BM*) theo .

**–––––––––––– Hết ––––––––––––**

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

*Họ và tên thí sinh: …..…………………………………. Số báo danh: ………………*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | | **KỲ THI OLYMPIC 24/3 TỈNH QUẢNG NAM**  **NĂM 2021**  Môn thi: **TOÁN – Lớp 11** | |
|  | | **ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM** | |
|  | | (*Đáp án – Thang điểm gồm 06 trang*) | |
| **Câu 1 (3,0 điểm)** | | | | |
| **a** |  | | **1,5** | |
|  |  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
| (**0.25**)  (**0.5**) | | 0.75 | |
| **b** |  | | **1,5** | |
|  |  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
|  | | 0.25 | |
| ().  Vậy phương trình có nghiệm là: | | 0.5 | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2 (4,0 điểm)** | | |
| **a** | Cho dãy số gồm có ba số hạng  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Nếu ta trừ số hạng thứ ba cho 4 thì dãy thu được là một cấp số cộng. Nếu trừ số hạng thứ hai và thứ ba của cấp số cộng vừa thu được cho 1 thì dãy thu được lại là một cấp số nhân. Tìm dãy số . | **2,0** |
|  | theo thứ tự lập thành một cấp số nhân | 0.25 |
| theo thứ tự lập thành một cấp số cộng | 0.25 |
| theo thứ tự lập thành một cấp số nhân | 0.25 |
| + Ta có hệ |  |
| Từ (1) và (3) suy ra  Từ (2) và (4) suy ra | 0.5 |
| Thay (4), (5) vào (1) thu được PT:  Vậy có 2 dãy số thỏa đề bài là 1; 3; 9 hoặc | 0.5  0,25 |
| **b** | Dãy số  biết: và .  Chứng tỏ rằng  . Tính tổng | **2,0** |
|  | Từ công thức xác định của dãy ta có:  Thay  ta được:  (và  suy ra ) | 0.25  0,25 |
| Giả sử  Suy ra  Vậy. | 0.5 |
| Tính  Từ  suy ra  Suy ra | 0.25  0.25  0,25 |
|  | 0.25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 3 (6,0 điểm)** | | |
| **a** | Cho số nguyên dương . Chứng minh rằng: | **2,0** |
|  | Xét khai triển:  (1) | 0.5 |
| Mặt khác:  (2) | 0.75 |
| Hệ số của  trong (1) là | 0.25 |
| Hệ số của  trong (2) là | 0.25 |
| Vậy: | 0.25 |
|  |  |
| **b** | Gọi  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên từ  ra một số. Tính xác suất để số được chọn có đúng ba chữ số giống nhau. | **2,0** |
|  | - Số phần tử của không gian mẫu là  Gọi A là biến cố: “số được chọn có đúng 3 chữ số giống nhau”. | 0.5 |
| - Có  cách chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để đặt 3 chữ số giống nhau. Có 6 cách chọn 1 trong 6 chữ số đặt vào 3 vị trí được chọn( gọi số xuất hiện 3 lần là a); 5 cách chọn b; 5 cách chọn c  Số có 5 chữ số thỏa yêu cầu đề bài ( bao gồm cả số 0 đứng đầu) là: .6.5.5 | 0.5 |
| ***\* Trường hợp có số 0 đứng đầu, ta*** xét 4 số còn lại:  *Khả năng 1:* (Có 3 số giống nhau khác 0) có vị trí đặt 3 số giống nhau; có 5 cách chọn 3 số giống nhau a; 5 cách chọn b( b khác a)  Trường hợp này có | 0.25 |
| ***\* Khả năng 2*:** (3 số giống nhau là 3 số 0).  Có  cách chọn 2 vị trí để đặt thêm 2 số 0; có 5 cách chọn b; 5 cách chọn c  Trường hợp này là: | 0.25 |
| .6.5.5- - = 1250 | 0.25 |
| Vậy xác suất của biến cố A là | 0.25 |
| **c** | Cho hàm số  .  Tìm giá trị của tham số a để hàm số  liên tục tại . | **2,0** |
|  |  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
| Để  liên tục tại  thì | 0,25 |
| Suy ra | 0,25 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 4 (3,0 điểm)** | | | |
| **a** | Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường tròn  và  với phương trình . Biết rằng phép vị tự tâm A(0;1) tỉ số  biến đường tròn  thành đường tròn . Viết phương trình đường tròn . | | **1,5** |
| + Phép vị tự tâm A tỉ số k = 2 biến  thành  Phép vị tự tâm A tỉ số  biến thành | | 0.25 |
| + Đường tròn  có tâm , bán kính . | | 0.25 |
| + Gọi đường tròn  có tâm , bán kính  là ảnh của đường tròn  qua phép vị tự . | | 0.25 |
| + | | 0.25 |
| + . Tính được điểm I (1; 0) | | 0.25 |
| Phương trình đường tròn  là : . | | 0.25 |
| **b** | Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC đều. Tìm tập hợp những điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho | | **1,5** |
|  |  | Trong hình vẽ bên, xét phép quay tâm A, góc quay  . Ta có :    Suy ra các tam giác AMM’, ACD đều | 0,25 |
| Giả thiết : | | 0,25  0,25 |
| Mặt khác có    Suy ra | | 0.25  0.25 |
| Vậy tập hợp những điểm M là phần nằm trong tam giác của cung chứa góc  chắn trên đoạn BC | | 0.25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 5 (4,0 điểm)** | | |
| Cho hình lăng trụ đứng *ABC.A’B’C’* có và góc . Gọi *M* là trung điểm cạnh *CC’*.  a) Chứng minh *MB* vuông góc với *MA’*.  b) Tính khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (*A’BM*) theo  . | | |
| (Hình vẽ phục vụ câu a - **0,25 điểm**) | | |
| **a** | Chứng minh *MB* vuông góc với *MA’*. | ***1,75*** |
|  | + Xét tam giác ABC, theo định lí hàm số Cosin ta có: | 0,5 |
| + Xét tam giác vuông BCM có: | 0,25 |
| + Xét tam giác vuông A’C’M có: | 0,25 |
| + Xét tam giác vuông A’AB có: | 0,25 |
| Suy ra  hay | 0,5 |
| **b** | Tính khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (*A’BM*) theo  . | ***2,0*** |
|  |  | 0,25 |
| Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (A’BM).Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên MA’ và BM. Suy ra AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A’BM). | 0,25 |
| Ta có | 0,25 |
| Suy ra: | 0,25 |
| Tính AE: có  Tính AF: Xét tam giác ABM , có , AB=a, AM=A’M=3a    Suy ra :  và  Suy ra : | 0,25  0,25  0,25 |
|  | 0,25 |
| Vậy |  |

**Ghi chú:** Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.