|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH OAI** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** |
|  | **Năm học 2020 – 2021, môn Toán** |
|  | Thời gian: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)* |
|  | Ngày thi: 25/11/2020 |
|  | *(Đề thi có 01 trang;*  *Người coi thi không giải thích gì thêm)* |

**Bài 1:** *(5 điểm)*

1. Cho biểu thức A = 

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của A

2. Chứng minh rằng: A= < 2 (2020 chữ số 2)

**Bài 2:** *(5 điểm)*

1. Giải phương trình sau: 

2. Tìm các số nguyên x để biểu thức  là một số chính phương.

**Bài 3:** *(4 điểm)*

1. Cho , trong đó a, b, c, d là hằng số.

Biết P(-2) = 6; P(-4) = 12; P(-6) = 18. Tính 

2. Với các số dương a, b thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của:



**Bài 4:** *(5 điểm)*

1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) có D, E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, AC, AB. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC

a) Chứng minh tam giác HAB và tam giác ODE đồng dạng

b) Kẻ các đường thẳng DM//OA, EN//OB, FG//OC (MAH; NBH; GCH). Chứng minh các đường thẳng DM, EN, FG đồng quy

2. Từ điểm M nằm trong tam giác ABC cho trước lần lượt vẽ các đường vuông góc MA’, MB’, MC’ đến BC, CA, AB. Tìm vị trí của M để tích MA’.MB’.MC’ đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5:** *(1 điểm)*

Cho dãygồm 1000 số: 7, 77, 777, 7777, …, 777…7. Chứng minh trong dãy trên tồn tại ítnhất một số chia hết cho 2013.

* Hết -

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Hướng dẫn nội dung** | **Điểm** |
| **Bài 1**  **(5đ)** | ***1. a) 2,5 điểm***  ĐKXĐ : x0 ;  A =  A=  A =  A =  =  = | 0,5  0,5  0,5  1 |
| ***1.b) 1,5 điểm***  A=  Vậy giá trị nhỏ nhất của A = 4 | 1  0,5 |
| ***2. (1 điểm)***    A= (đpcm) | 0,5  0,5 |
| **Bài 2**  **(5 điểm)** | ***1. (3 điểm)***  **ĐK:**  Phương trình đã cho tương đương với:    Với  thì  nên  Từ đó suy ra:  là nghiệm duy nhất của phương trình. | 0,5  0,5  0,5  0,5  0,5  0,5 |
| ***2. (2 điểm)***  Đặt= y2 (với y là số tự nhiên)  Ta có:  Ta sẽ chứng minh: với a = x2 + x  Thật vậy:    Do nên y2 = (a+1)2  Hay  x = 1 hoặc x = -2  Thử lại: với x = 1 hoặc x = -2 biểu thức đã cho đều bằng 9=32, thỏa mãn.  Vậy | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **Bài 3**  **(4 điểm)** | ***1. (2 điểm)***  Đặt Q(x) = P(x) +3x Q(-2)=Q(-4)=Q(-6)=0  -2;-4;-6 là nghiệm của Q(x), mà Q(x) là đa thức bậc 4 nên Q(x) có dạng: Q(x)= (x+2)(x+4)(x+6)(x-m)  P(x)= (x+2)(x+4)(x+6)(x-m)-3x  Tính được P(0)=48m; P(-8)= 408+48m | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| ***2. (2 điểm)***  Ta có:      Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi a=b=1  Kết luận: | 0,5  0,75  0,5  0,25 |
| **Bài 4**  **(5 điểm)** | ***1. (4 điểm)***  ***1.a (2,5 điểm)***    a) Chứng minh được ED//=AB, OD//AH (cùng vuông góc BC), BH//OE (cùng vuông góc AC)  ; (góc có cạnh tương ứng song song)  (đpcm)  ***1.b) (1,5 điểm)***  Từ câu a) suy ra: OD//  Chứng minh được tứ giác AMDO là hình bình hành suy ra OD=AM=MH, dẫn đến tứ giác MODH là hình bình hành. Nên DM đi qua trung điểm I của OH.  Chứng minh tương tự có EN, FG đi qua I. Nên các đường thẳng DM, EN, FG đồng quy (đpcm) | 1  1  0,5  0,5  0,5  0,5 |
| ***2. (1 điểm)***    Đặt MA’=x, MB’=y, MC’=z; BC=a; AC=b; AB=c    Dấu “=” xảy ra , suy ra diện tích các tam giác BMC, tam giác AMC, tam giác AMB bằng nhau, khi đó M là trọng tâm tam giác ABC.  Vậy MA’.MB’.MC’ lớn nhất khi M là trọng tâm của tam giác ABC | 0,5  0,5 |
| **Bài 5**  **(1 điểm)** | Tách2013 = 3.11.61 trong đó 3;11;61 đôi một nguyên tố cùng nhau  Sử dụng điều kiện chia hết cho đồng thời 3 và 11, đó là những số có số chữ số là bội của 6.  Đó là những số: 777777 (6 chữ số), 777777777777 (12 chữ số), 777…77 (996 chữ số)  Số số hạng của dãy trên là (996-6) : 6 +1=166  Khi chia 166 số trên cho 61 thì có 166 số dư, mà số dư của các phép chia này chỉ nhận 61 giá trị từ 0 đến 60, nên theo nguyên lý Dirichle sẽ tồn tại 2 số trong dãy trên có cùng số dư khi chia cho 61 hiệu của hai số đó chia hết cho 61  Hiệu của hai số có dạng: 77...7.10n (có k số 7, )  Mà (10n, 61)=1 suy ra 77...7 chia hết cho 61  Vậy trong 1000 số đã cho tồn tại ít nhất một số chia hết cho 2013 | 0,5  0,5 |