**ĐỀ HỌC SINH GIỎI PHÚ THỌ**

**NĂM HỌC 2019 - 2020**

**THỜI GIAN : 180 PHÚT – ĐỀ SỐ 1**

**I. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 *điểm*)**

**Bài 1.** a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

b) Tìm tất cả các giá trị thực của  để  đồng biến trên khoảng .

**Bài 2.** Cho lăng trụ  có đáy là tam giác đều cạnh  và  Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng .

a) Gọi  là trọng tâm tam giác  Chứng minh  vuông góc với mặt phẳng 

b) Tính thể tích của khối lăng trụ 

**Bài 3.** Trong không gian với hệ tọa độ , cho đường thẳng  và mặt phẳng .

a) Tìm tọa độ giao điểm  của  và .

b) Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng , vuông góc với  và khoảng cách từ  đến  bằng .

**Bài 4.**

a) Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển  thành đa thức .

b) Một hộp có 60 quả cầu được đánh số từ 1 đến 60. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8.

**II. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12,0 *điểm*)**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  là

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 2.** Một hộp có  viên bi trắng,  viên bi vàng và  viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt  viên bi trong hộp, số cách lấy ra được đúng một viên bi vàng bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 3.** Cho hình chóp tam giác  có  đôi một vuông góc và . Gọi là trung điểm của . Góc giữa hai đường thẳng  và  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** .

**Câu 5.** Trong không gian , cho điểm  và . Mặt cầu tâm và tiếp xúc với có phương trình:

**A.** . **B.** .

**C.**. **D.** .

**Câu 6.** Một cấp số cộng hữu hạn có số hạng thứ nhất bằng 2; số hạng cuối bằng 28 và tổng tất cả các số hạng bằng 450. Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Câu 7.** Trong không gian  cho mặt phẳng và đường thẳng. Đường thẳng nằm trong  và vuông góc với có một véctơ chỉ phương. Giá trị của bằng

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 8.** Cho cấp số nhân  tăng thỏa mãn . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Gọi  là giá trị lớn nhất,  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn . Khi đó tổng  thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** .  **C.** . **D.**.

**Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  để hàm số  đồng biến trên khoảng ?

**A.**.  **\B.** .  **C.** . **D.** .

**Câu 11.** Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12.** Cho . Tích phân  bằng

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13.** Đặt  và . Khi đó bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 14.**  Cắt hình nón  bởi một măt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền . Thể tích khối nón  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15.** Cho hình phẳng  giới hạn bởi trục tung, đồ thị  của hàm số  và tiếp tuyến của  tại điểm  Diện tích của  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 16.** Cho hình lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân, 

 tạo với đáy  góc  Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 17.** Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** .  **B. **. 

**C.** . **D.** .

**Câu 18.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh bằng ,  vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa  và mặt đáy bằng . Khoảng cách từ  đến  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 19.** Tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20.** Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt  và  từ tập hợp . Xác suất để là số nguyên bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 21.** Cho hình chóp có tam giác đều  có thể tích bằng  mặt bên tạo với đáy một góc . Khoảng cách từ  đến mặt phẳng bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 22.** Một người mua xe máy trả góp với giá tiền là  triệu đồng, mức lãi suất  tháng với hợp đồng là trả  triệu đồng/tháng (cả gốc và lãi). Sau một năm lãi suất lại tăng lên là  tháng và hợp đồng thay đổi là trả 2 triệu đồng/1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó trả hết nợ? (tháng cuối có thể trả không quá 2 triệu đồng).

**A.** . **B.** . **C.** . **D. **.

**Câu 23.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số dạng  và thỏa mãn ?

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D. **.

**Câu 24.** Cho  và  Giá trị của  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 25.** Trong không gian  cho hai đường thẳng , và điểm . Đường thẳng  đi qua , vuông góc với  và cắt  có một vectơ chỉ phương là  Tổng  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 26.** Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng  (mét).Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 27.** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành và  cạnh bên  và  vuông góc với mặt phẳng đáy. Sin của góc tạo bởi đường thẳng  và mặt phẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 28.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để hàm số  nghịch biến trên khoảng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 29.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Tam giác  đều, tam giác  vuông tại . Điểm  thuộc đường thẳng  sao cho  vuông góc với . Độ dài đoạn thẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 30.** Cho hình phẳng **** giới hạn bởi các đường ****. Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng **** quanh trục hoành bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 31.** Trong không gian  cho bốn điểm  Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm trên ?

**A.**  mặt phẳng **B.**  mặt phẳng. **C.**  mặt phẳng. **D.**  mặt phẳng.

**Câu 32.** Cho tứ diện  có  và  Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng  Thể tích khối tứ diện  bằng

**A.** ****. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 33.** Cho hàm số . Đồ thị hàm số như hình vẽ bên.

|  |  |
| --- | --- |
| Bất phương trình đúng với  khi và chỉ khi: |  |

**A.** .  **B.** . **C.** **D.** .

**Câu 34.** Cho cấp số cộng  có số hạng thứ nhất và số hạng thứ ba mươi lần lượt bằng  và . Tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 35.** Cho hai số thực dương  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 36.** Cho hàm số  có đồ thị của hàm số  như hình vẽ bên.

|  |  |
| --- | --- |
| Hỏi hàm số  đồng biến trên khoảng nào dưới đây? |  |

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 37.** Cho hàm số  có đạo hàm  và  Đặt

 Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 38.** Cho hình lăng trụ  khoảng cách từ  đến  và  lần lượt bằng  và 

góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng  Hình chiếu vuông góc của  lên mặt

phẳng  là trung điểm  của  và  Thể tích của khối lăng trụ

 bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 39.** Trong không gian , cho hình chóp  có , , đường thẳng

 có phương trình  và góc giữa  và mặt phẳng đáy bằng . Khi ba

điểm  cùng với ba trung điểm của ba cạnh bên của hình chóp  nằm trên một mặt

cầu thì mặt phẳng  có phương trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 40.** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị (*C*) như hình vẽ bên.

|  |  |
| --- | --- |
| Biết đồ thị hàm số đã cho cắt trục  tại ba điểm có hoành độ  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (*C*) và trục  là , diện tích  của hình phẳng giới hạn bởi các đường, ,  và  bằng |  |

**A.  B.  C.  D. **

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**I. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 *điểm*)**

**Bài 1.** a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

b) Tìm tất cả các giá trị thực của  để  đồng biến trên khoảng .

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Quang; Fb:Quang Trần***

|  |
| --- |
| a) **Cách 1 :**  Xét hàm số, .  + Vận dụng bất đẳng thức cơ bản  vào bài toán ta có ngay:  ,  hay  .  Dấu đẳng thức xảy ra tại .  Như vậy giá trị lớn nhất của  là .  + Vì  và  với mọi  nên  .  Dấu bằng xảy ra tại  ,  Do đó giá trị nhỏ nhất của  là .  Kết luận: GTNN của  là  và GTLN của  là .  **Cách 2 :**  Điều kiện xác định  Ta có |
| Trên khoảng  thì  có nghiệm duy nhất  Ta có .  Suy ra:  b) Từ giả thiết ta có .  Như vậy ta cần tìm tất cả các giá trị của  để ,.  Đầu tiên ta thấy  không thỏa mãn.  Do đó chúng ta giải bài toán trong trường hợp .  Ta có.  Khi đó , khi và chỉ khi  hoặc .  Giải  ta được .  Giải  ta được .  Như vậy tập tất cả các giá trị  cần tìm là .  **Cách 2:**  Từ giả thiết ta có  Ta cần tìm các giá trị của để    Đặt  Bảng biến thiên.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |  |  | |  |  |  |  |  | 0 |  |  |  | 0 |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |   Vậy tập các giá trị của thỏa mãn là |

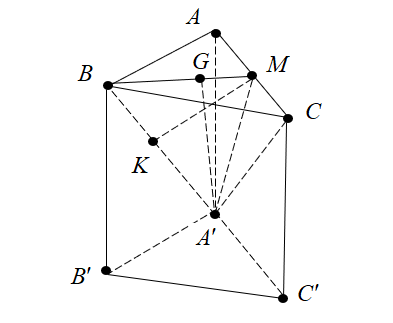
**Bài 2.** Cho lăng trụ  có đáy là tam giác đều cạnh  và  Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng .

a) Gọi  là trọng tâm tam giác  Chứng minh  vuông góc với mặt phẳng 

b) Tính thể tích của khối lăng trụ 

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Quang; Fb: Quang Trần***

******

|  |
| --- |
| a) Gọi  là giao điểm của  và .  Ta có tam giác  đều nên .  Mặt khác ta cũng có tam giác  cân tại  nên .  Từ đó suy ra .  Do đó .  Tương tự ta cũng chứng minh được .  Nên ta có thể kết luận được . |
| b) Gọi  là chân đường vuông góc hạ từ  đến .  Ta đã chứng minh được, từ đây suy ra .  Như vậy  chính là đường vuông góc chung của  và .  Tức  bằng khoảng cách giữa  và .  Theo giả thiết ta có .  Ta nhận thấy tam giác  và tam giác  đồng dạng với nhau.  Do đó , hay .  Từ đó dễ dàng tính  như sau:  .  Như vậy thể tích của hình lăng trụ  là:  . |

**Bài 3.** Trong không gian với hệ tọa độ , cho đường thẳng  và mặt phẳng .

a) Tìm tọa độ giao điểm  của  và .

b) Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng , vuông góc với  và khoảng cách từ  đến  bằng .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Uyên; Fb:Uyen Nguyen***

a) Ta có .

 . Có .

.

Vậy .

b)  có vectơ pháp tuyến ; đường thẳng  có vectơ chỉ phương .

Do đường thẳng  nằm trong mặt phẳng , vuông góc với  nên có véc tơ chỉ phương .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên , khi đó: .



Giải hệ ta tìm được và .

Với , ta có .

Với , ta có .

**Bài 4.**

a) Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển  thành đa thức .

b) Một hộp có 60 quả cầu được đánh số từ 1 đến 60. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Uyên; Fb: Uyen Nguyen***

a) Ta có .

Để tìm hệ số của  ta tìm  sao cho .

Vậy hệ số của  là: .

b) Một hộp có 60 quả cầu được đánh số từ 1 đến 60. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

Vậy .

Gọi  là biến cố: “Tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8”.

Từ 1 đến 60 có:

+ 7 số chia hết cho 8;

+ 8 số chia hết cho 4 nhưng không chia hết cho 8;

+15 số chẵn nhưng không chia hết cho 4.

+ 30 số chẵn và 30 số lẻ.

Để tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8 có các trường hợp xảy ra là:

TH1. Chọn 3 số chẵn từ 30 số chẵn. Khi đó tích của 3 số đó là một số chia hết cho 8 ta có số cách chọn là .

TH2. Chọn  số chẵn và  số lẻ. Ta xét hai khả năng sau:

+ Chọn được số chia hết cho  và  số lẻ. Khi đó số cách chọn là .

+ Chọn được  số chia hết cho ,  số chẵn không chia hết cho  và  số lẻ. Khi đó số cách chọn là 

TH3. Chọn được  số chẵn và  số lẻ. Chọn  số chia hết cho 8 và  số lẻ. Khi đó số cách chọn là 

Suy ra .

Vậy .

**II. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12,0 *điểm*)**

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  là

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Minh Thành ; Fb: Nguyễn Minh Thành***

**Chọn B**

Ta có 

**Câu 2.** Một hộp có  viên bi trắng,  viên bi vàng và  viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt  viên bi trong hộp, số cách lấy ra được đúng một viên bi vàng bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Minh Thành ; Fb: Nguyễn Minh Thành***

**Chọn A**

Số cách để trong  viên lấy ra được đúng một viên bi vàng là 

**Câu 3.** Cho hình chóp tam giác  có  đôi một vuông góc và . Gọi là trung điểm của . Góc giữa hai đường thẳng  và  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Lan Anh; Fb: Nguyễn Thị Lan Anh***

**Chọn B**

****

Gọi là trung điểm của. Ta có . Nên góc giữa hai đường thẳng  và  bằng góc giữa hai đường thẳng  và .

Theo giả thiết, trong tam giác có: . Suy ra tam giác đều.

Vậy suy ragóc giữa hai đường thẳng  và  bằng. Hay góc giữa hai đường thẳng  và  bằng .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Lan Anh; Fb: Nguyễn Thị Lan Anh***

**Chọn D**

Điều kiện để hàm số xác định là:.

Vậy: Hàm số có tập xác định là .

**Câu 5.** Trong không gian , cho điểm  và. Mặt cầu tâm và tiếp xúc với có phương trình:

**A.** . **B.** .

**C.**. **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Fb: giaonguyen***

**Chọn C**

Bán kính của mặt cầu cần tìm là: .

Phương trình mặt cầu cần tìm là: .

**Câu 6.** Một cấp số cộng hữu hạn có số hạng thứ nhất bằng 2; số hạng cuối bằng 28 và tổng tất cả các số hạng bằng 450. Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử cấp số cộng đó có  số hạngvới là số nguyên dương .

Theo bài ra ta có: .

**Câu 7.** Trong không gian  cho mặt phẳng và đường thẳng. Đường thẳng nằm trong  và vuông góc với có một véctơ chỉ phương. Giá trị của bằng

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Mạnh Trung; Fb: Trung Tran***

***Phản biện:Trần Đức Biên***

**Chọn C**

Ta có.

Ta có.

Do đường thẳng nằm trong  có giá vuông góc với đường thằng .

Do  vuông góc với nên  có giá vuông góc với đường thằng .

Vậy ta có

Vậy có một véc tơ chỉ phương là.

Mà theo bài toán ta có có một véc tơ chỉ phương là.

Suy ra  .

**Câu 8.** Cho cấp số nhân  tăng thỏa mãn . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Mạnh Trung ; Fb: Trung Tran***

***Phản biện:Trần Đức Biên***

**Chọn C**

Gọi là cấp số nhân tăng có số hạng dầu là và công bội

Ta có

Chia (1) và (2) cho nhau ta có (3)

Hướng 1:

Đặt

ta có.

Suy ra .

Hướng 2: 



**Câu 9.** Gọi  là giá trị lớn nhất,  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn . Khi đó tổng  thuộc khoảng nào dưới đây?

**A.** . **B.** .  **C.** . **D.**.

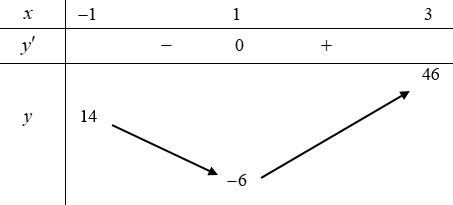
**Lời giải**

***Tác giả: Cao Tùng; Fb: Cao Tung***

**Chọn D**

  
.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có  suy ra .

**Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  để hàm số  đồng biến trên khoảng ?

**A.**.  **B.** .  **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Cao Tùng; Fb: Cao Tung***

**Chọn B**

  
Để thỏa mãn bài toán ta có  do .

Xét hàm số ,  nên hàm số đồng biến trên từ đó .

Từ đó ta có , do nguyên dương nên . Có 18 giá trị .

**Câu 11.** Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Cao Thế; Fb:Cao Thế Phạm***

**Chọn A**

+ TXĐ: .

+  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có  đường tiệm cận ngang và đứng.

**Câu 12.** Cho . Tích phân  bằng

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Cao Thế; Fb:Cao Thế Phạm***

**Chọn A**

Xét tích phân .

Đặt .

Đổi cận: .

Khi đó .

Do đó .

**Câu 13.** Đặt  và . Khi đó bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Ngọc Thị Phi Nga FB: Ngọc Thị Phi Nga***

**Chọn C**

Ta có 





**Câu 14.**  Cắt hình nón  bởi một măt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền . Thể tích khối nón  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Ngọc Thị Phi Nga FB: Ngọc Thị Phi Nga***

**Chọn A**

Giả sử hình nón có chiều cao , bán kính .

Cắt hình nón  bởi một măt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền  nên ta có .

Vậy thể tích khối nón  bằng .

**Câu 15.** Cho hình phẳng  giới hạn bởi trục tung, đồ thị  của hàm số  và tiếp tuyến của  tại điểm Diện tích của  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Huệ ; Fb:Nguyễn Huệ***

**Chọn C**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm là

.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và là



Diện tích hình giới hạn bởi trục tung, đố thị hàm số và phương trình tiếp tuyến là:



**Câu 16.** Cho hình lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông cân, 

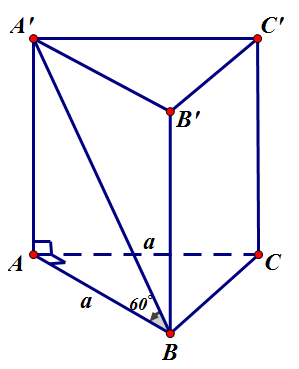
 tạo với đáy  góc  Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Hà Quang Trung; Fb: Ha Quang Trung***

**Chọn A**



Ta có . Trong tam giác vuông : 

Suy ra 

**Câu 17.** Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** .  **B. **. 

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Hà Quang Trung; Fb: Ha Quang Trung***

**Chọn C**

Ta có .

Kiểm tra từng đáp án: .

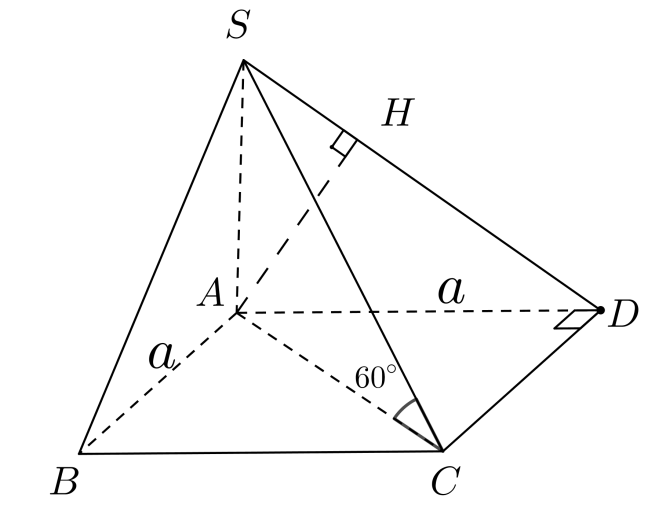
**Câu 18.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh bằng ,  vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa  và mặt đáy bằng . Khoảng cách từ  đến  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Lê Thanh Hùng; Fb: Thanh Hung Le***

**Chọn D**



 nên góc giữa  và mặt đáy là 

Từ đó: .

Do  nên , ta được : 

Mặt khác:  (Do ) nên .

Ta dựng , thì:  nên .

Vậy: 

**Câu 19.** Tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Lê Thanh Hùng; Fb: Thanh Hung Le***

**Chọn D**

Xét khai triển

 (\*).

Mặt khác, từ tính chất: , với , ta có:



Do vậy: 

Từ (\*), ta được: 

Vậy: 

**Câu 20.** Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt  và  từ tập hợp . Xác suất để là số nguyên bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Hồng Loan; Fb: Nguyễn Loan***

**Chọn B**

Ta có: 

. Do đó .

Nếu có 4 cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Nếu có  cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Nếu có  cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Nếu có  cách chọn 

Nếu  có 2 cách chọn n.

Nếu  có  cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Nếu  có  cách chọn .

Vậy có:  cách chọn  hay có 62 cách chọn 



**Câu 21.** Cho hình chóp có tam giác đều  có thể tích bằng  mặt bên tạo với đáy một góc . Khoảng cách từ  đến mặt phẳng bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Hồng Loan; Fb: Nguyễn Loan***

**Chọn B**

****

Gọi là hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng . Khi đó, theo giả thiết ta có:

 là trọng tâm tam giác đều . Gọi  là giao của  và là trung điểm của 

góc giữa mặt phẳng và đáy  là  , giả sử độ dài cạnh tam giác đều  là 

Do đó thể tích của tứ diện là: .

Mặt khác: .



Cách khác để tìm khoảng cách từ  đến mặt phẳng ngoài cách dùng thể tích

Ta thấy: 





**Câu 22.** Một người mua xe máy trả góp với giá tiền là  triệu đồng, mức lãi suất  tháng với hợp đồng là trả  triệu đồng/tháng (cả gốc và lãi). Sau một năm lãi suất lại tăng lên là  tháng và hợp đồng thay đổi là trả 2 triệu đồng/1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó trả hết nợ? (tháng cuối có thể trả không quá 2 triệu đồng).

**A.** . **B.** . **C.** . **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Chúc; Fb: Chuc Nguyen***

**Chọn C**

Đặt .

Sau tháng thứ nhất, người đó còn nợ lại .

Sau tháng thứ hai, người đó còn nợ lại

.

Sau tháng thứ ba, người đó còn nợ lại



Tương tự ta có: sau tháng thứ , người đó còn lại .

Vậy sau năm đầu tiên, người đó còn nợ lại .

Từ tháng đầu tiên của năm thứ hai, ta coi đó là tháng thứ nhất.

Làm tương tự như trên ta có, sau  tháng, người đó còn nợ lại .

Ta có .

Do đó, sau  tháng, người đó sẽ trả hết nợ.

**Câu 23.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số dạng  và thỏa mãn ?

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Chúc; Fb: Chuc Nguyen***

**Chọn D**

Đặt   ; .

Mà ta có  nên .

Vậy ta có .

Chọn 5 số trong 11 số từ 1 đến 11 ta có  cách chọn.

Từ 5 số vừa chọn, ta có duy nhất 1 cách xếp theo thứ tự tăng dần.

Suy ra ta có duy nhất 1 cách chọn cho bộ .

Hay ta có duy nhất 1 cách chọn cho bộ .

Vậy có  số cần lập.

**Câu 24.** Cho  và  Giá trị của  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Hưng; Fb: Nguyễn Hưng***

**Chọn A**

Từ giả thiết .

Khi đó 



Ta có . Vậy chọn A

**Câu 25.** Trong không gian  cho hai đường thẳng , và điểm . Đường thẳng  đi qua , vuông góc với  và cắt  có một vectơ chỉ phương là  Tổng  bằng

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Hưng; Fb: Nguyễn Hưng***

**Chọn B**

Gọi giao điểm của và là 

Ta có: . Do  vuông góc với  nên ta có .

suy ra .

**Câu 26.** Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng  (mét).Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Hưng; Fb: Nguyễn Hưng***

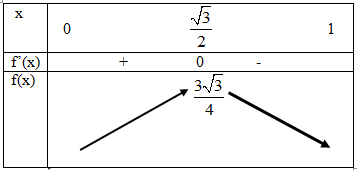
**Chọn C**

+ Gọi hình thang cân đã cho là  như hình vẽ, Đặt 

Ta có: .

Vậy 

+ , 



Từ bảng biến thiên, chọn đáp án C

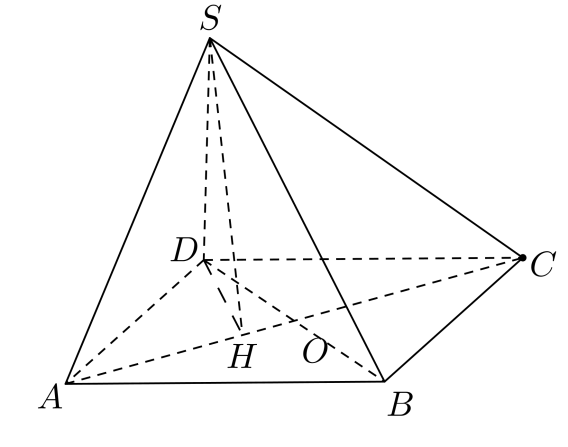
**Câu 27.** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành và  cạnh bên  và  vuông góc với mặt phẳng đáy. Sin của góc tạo bởi đường thẳng  và mặt phẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Hào Kiệt; FB: Nguyễn Hào Kiệt***

**Chọn A**



Theo định lý cô sin ta có: .

. Ta có  suy ra .

Gọi 

Ta có: .

Theo Pytago ta có . Kẻ .

.

**Câu 28.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để hàm số  nghịch biến trên khoảng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Hào Kiệt; FB: Nguyễn Hào Kiệt***

**Chọn C**

Đặt . Ta có với . Khi đó ta có .

Ta có . Suy ra hàm số  đồng biến trên khoảng.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  khi và chỉ khi

****

. mà nên .

Vậy có 5 giá trị của thỏa mãn.

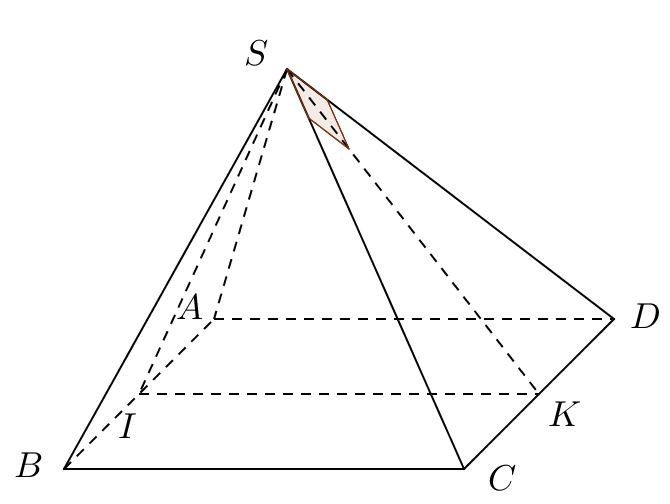
**Câu 29.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Tam giác  đều, tam giác  vuông tại . Điểm  thuộc đường thẳng  sao cho  vuông góc với . Độ dài đoạn thẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Hoàng Huy; Fb: Nguyen Hoang Huy***

**Chọn B**



Gọi  là trung điểm của đoạn  và  là hình chiếu vuông góc của  lên .

Ta có

 là trung điểm của đoạn  Tam giác  vuông cân tại .

.

Suy ra

; ; ; .

Mặt khác  .

Mà    



Ta có  .

.

Vậy .

**Câu 30.** Cho hình phẳng **** giới hạn bởi các đường ****. Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng **** quanh trục hoành bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

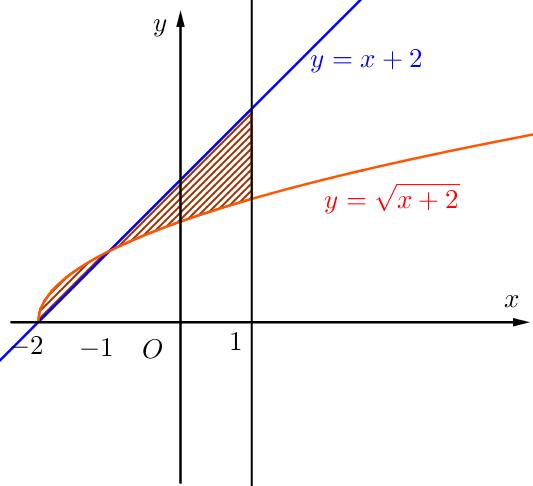
**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Hoàng Huy; Fb: Nguyen Hoang Huy***

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và :



Dựa trên đồ thị của các hàm số, ta có thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng **** quanh trục hoành

  .

**Câu 31.** Trong không gian  cho bốn điểm  Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm trên ?

**A.**  mặt phẳng **B.**  mặt phẳng. **C.**  mặt phẳng. **D.**  mặt phẳng.

**Lời giải**

***Tác giả:Lê Phong; FB: Lê Phong***

**Chọn D**

Ta có: .

Phương trình mặt phẳng  là: 

Thay tọa độ điểm  vào phương trình thấy không thỏa mãn, suy ra: .

Vậy 4 điểm  là bốn đỉnh của một hình tứ diện.



Gọi  lần lượt là trung điểm của .

Ta dễ chứng minh được các mặt phẳng , , ,,, ,  là các mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có  mặt phẳng cách đều  điểm đã cho.

**Câu 32.** Cho tứ diện  có  và  Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng  Thể tích khối tứ diện  bằng

**A.** ****. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả:Lê Phong; FB: Lê Phong***

**Chọn C**



Ta có: .

Suy ra: 

Dựng hình bình hành , ta có: .

Dựng  vuông góc với  tại  và dựng  vuông góc với  tại , Ta có:

. Lại có: .

Từ  và  suy ra: .

Trong  vuông tại  ta có: .

Diện tích tam giác  là .

Vậy thể tích tứ diện  là: .

**Câu 33.** Cho hàm số . Đồ thị hàm số như hình vẽ bên.

|  |  |
| --- | --- |
| Bất phương trình đúng với  khi và chỉ khi: |  |

**A.** .  **B.** . **C.** **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Hoàng Thị Thúy; FB: Hoangthuy***

**Chọn B.**

Ta có: .

Xét hàm số  trên khoảng .

.

.

Vì ,  nên .

BBT:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Dựa vào BBT ta thấy bất phương trình , đúng với  khi : .

**Câu 34.** Cho cấp số cộng  có số hạng thứ nhất và số hạng thứ ba mươi lần lượt bằng  và . Tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Hoàng Thị Thúy FB: Hoangthuy***

**Chọn A**

Ta có :  .

Đặt .







**Câu 35.** Cho hai số thực dương  thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Thị Thu Hà; Fb: Phạm Thị Thu Hà***

**Chọn D**

Điều kiện 

Ta có 



Xét hàm số  trên khoảng 

Ta có 

 đồng biến trên khoảng .

Do đó ta có 

Ta có 

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có 

Từ  và  ta có 

Dấu  xảy ra khi và chỉ khi 

**Câu 36.** Cho hàm số  có đồ thị của hàm số  như hình vẽ bên.

|  |  |
| --- | --- |
| Hỏi hàm số  đồng biến trên khoảng nào dưới đây? |  |

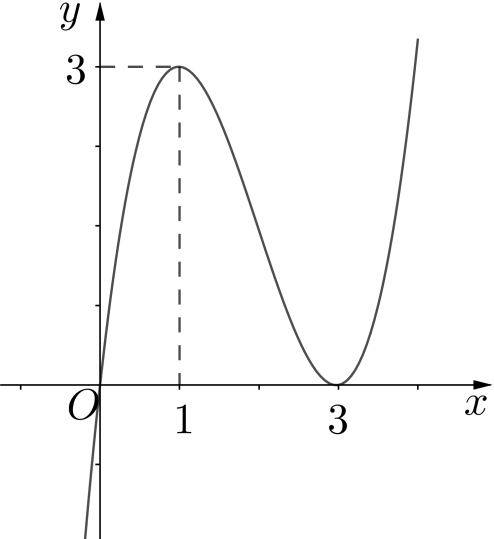
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Thị Thu Hà ; Fb: Phạm Thị Thu Hà***

**Chọn A**

**Cách 1** Ta tịnh tiến đồ thị lên trên một đơn vị ta được đồ thị hàm số . Tiếp tục tịnh tiến đồ thị hàm số  sang phải 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số . Từ đó ta có đồ thị hàm số  như sau:



Vậy hàm số  đồng biến trên 

 hàm số  đồng biến trên khoảng 

**Cách 2**

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số 

Từ đồ thị hàm số ta có  có điểm cực đại, điểm cực tiểu lần lượt là  và 

Khi đó 

Do đó 



Đặt 

Khi đó  trở thành



Từ đó ta có 

Do đó hàm số  đồng biến trên 

 hàm số  đồng biến trên khoảng 

**Câu 37.** Cho hàm số  có đạo hàm  và  Đặt

 Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Đào Thị Hương; FB: Hương Đào***

**Chọn D**

Ta có:  

Do     .



Hàm số có:  nên hàm số liên tục tại.

Do đó .

Suy ra 



.

**Câu 38.** Cho hình lăng trụ  khoảng cách từ  đến  và  lần lượt bằng  và 

góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng  Hình chiếu vuông góc của  lên mặt

phẳng  là trung điểm  của  và  Thể tích của khối lăng trụ

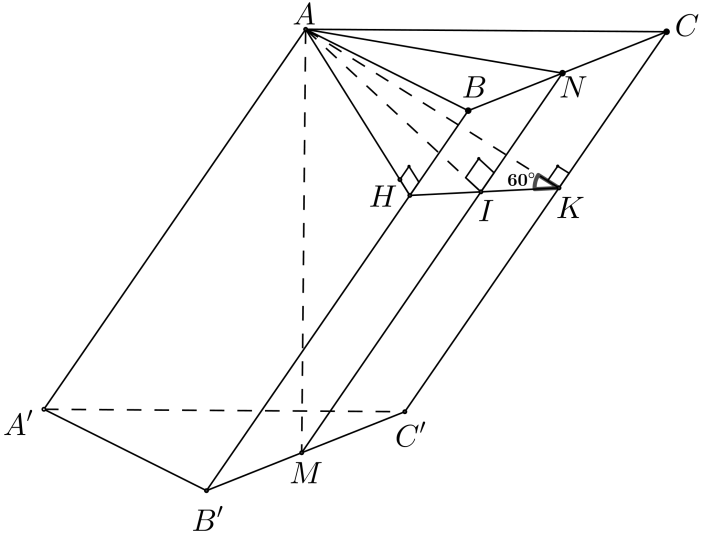
 bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Đào Thị Hương; FB: Hương Đào***

**Chọn A**

****

Kẻ 

Do  .

Áp dụng định lý hàm số cosin ta có:

Khi đó ta có: . Suy ra tam giác  vuông tại 

Gọi  là trung điểm và  là giao điểm của và. Suy ra 

Do hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng  là trung điểm  của nên. 

Lại có: .

Do đó tam giác  vuông tại  và  là đường cao. Suy ra 



**Câu 39.** Trong không gian , cho hình chóp  có , , đường thẳng

 có phương trình  và góc giữa  và mặt phẳng đáy bằng . Khi ba

điểm  cùng với ba trung điểm của ba cạnh bên của hình chóp  nằm trên một mặt

cầu thì mặt phẳng  có phương trình là

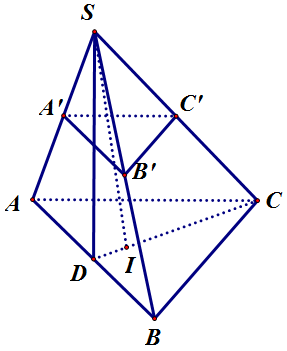
**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Nguyễn Thị Minh Thư ; Fb:nguyenminhthu***

**Chọn C**

****

Do 6 điểm *A, B, C, A’, B’, C’* cùng thuộc một mặt cầu nên các tứ giác *ABB’A’, BCC’B’C*, *CAA’C’ l*à các hình thang nội tiếp, vì vậy chúng là các hình thang cân

Suy ra 

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì SI vuông góc với (ABC)

Suy ra 

Gọi D là trung điểm của AB thì 

Ta có 

Mặt khác  Suy ra 

Mặt phẳng (ABC) đi qua  và nhận làm vtpt nên có phương trình 

**Lời bàn:**

***Nếu bỏ giả thiết  thì ta vẫn viết được phương trình (ABC) bằng các giả thiết đi qua D, chứa đường thẳng AB và.***

**Câu 40.** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị (*C*) như hình vẽ bên.

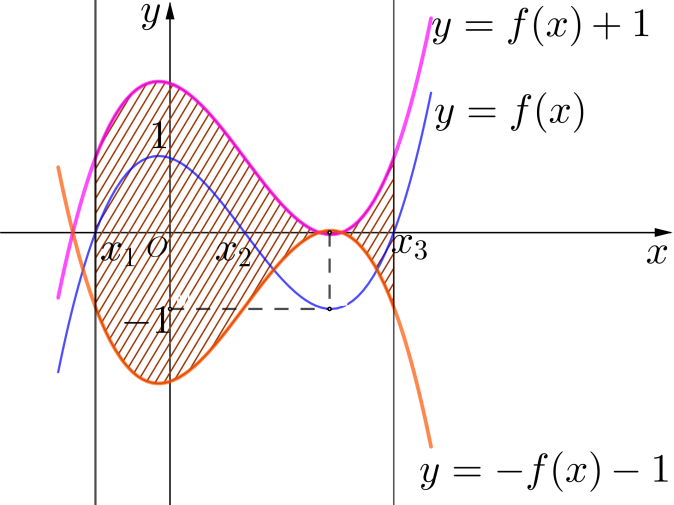
|  |  |
| --- | --- |
| Biết đồ thị hàm số đã cho cắt trục  tại ba điểm có hoành độ  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (*C*) và trục  là , diện tích  của hình phẳng giới hạn bởi các đường, ,  và  bằng |  |

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Tác giả:Nguyễn Thị Minh Thư ; Fb:nguyenminhthu***

**Chọn D**

****

Ta có

Vì theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng nên điểm  là tâm đối xứng của đồ thị.

Do đó 

Suy ra 