|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2012-2013**  **ĐỀ THI MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề* |

**Câu 1.**

1. Giải phương trình 
2. Cho phương trình bậc hai  ( là ẩn và  là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của  sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm không âm . Tính theo  giá trị của biểu thức  và tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình: 

**Câu 3.** Cho  là độ dài ba cạnh của một tam giác không nhọn. Chứng minh rằng



**Câu 4.**

1. Cho tam giác nhọn *ABC* không cân, nội tiếp đường tròn . Gọi *G* và *M* lần lượt là trọng tâm tam giác *ABC* và trung điểm cạnh *BC*. Chứng minh nếu đường thẳng *OG* vuông góc với đường thẳng *OM* thì .
2. Cho tam giác *ABC* có độ dài các đường cao kẻ từ đỉnh *A, B, C* lần lượt là . Tính độ dài các cạnh  theo .
3. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ , cho tam giác *ABC* có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ các đỉnh *A, B, C* lần lượt có phương trình là

.

Tìm tọa độ các đỉnh *A, B, C,* biết rằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* bằng  và đỉnh *A* có hoành độ âm.

**Câu 5.**

Cho tứ giác lồi *ABCD* và một điểm *M* nằm bên trong tứ giác đó (*M* không nằm trên các cạnh của tứ giác *ABCD*). Chứng minh tồn tại ít nhất một trong các góc  có số đo không lớn hơn .

**-------------Hết-----------**

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.***

***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh:…………………….………..…….…….….….; Số báo danh……………………

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**  *(Đáp án có 03 trang)* | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2012-2013**  **ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)** |

**I. LƯU Ý CHUNG:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

|  |  |
| --- | --- |
| **II. ĐÁP ÁN:** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| **1(3đ)** | **1.a (1,5 điểm)** |  |
| Điều kiện:  Đặt . Thay vào ta được: . Do đó ta có hệ phương trình: | **0,25** |
|  | **0,5** |
|  | **0,25** |
| +) | **0,25** |
| +)  (do )  Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là | **0,25** |
| **1.b (1,5 điểm)** |  |
| Phương trình  (1) có hai nghiệm không âm | **0,75** |
| Theo định lý Vi-ét ta có . Do đó | **0,5** |
| Do . Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | **0,25** |
| **2(2đ)** | Đặt , thay vào hệ ta được: | **0,5** |
|  | **0,5** |
| +) | **0,25** |
| +) | **0,5** |
|  | Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là | **0,25** |
| **3(1đ)** | Do là độ dài ba cạnh của một tam giác không nhọn nên có một trong các bất đẳng thức sau xảy ra: . Giả sử , khi đó ta có: | **0,25** |
|  | **0,25** |
| . Do đó  . | **0,5** |
| **4(3đ)** | **4.a (1,0 điểm)** |  |
| Áp dụng quy tắc trọng tâm và quy tắc trung điểm ta có:  . Khi đó | **0,25** |
|  | **0,25** |
| (chú ý ) | **0,25** |
|  | **0,25** |
| **4.b(1,0 điểm)** |  |
| Kí hiệu . Khi đó ta có | **0,25** |
| Theo công thức Hê – rông ta có: | **0,25** |
| , trong đó | **0,25** |
| Do đó . | **0,25** |
| **4.c (1,0 điểm)** |  |
| Do *BC* vuông góc với đường cao kẻ từ *A* nên *BC* có dạng . Tọa độ đỉnh *B* là nghiệm của hệ ,  tọa độ *C* là nghiệm của hệ phương trình  . | **0,25** |
| *AB* đi qua  và vuông góc với đường cao kẻ từ *C* nên  . Tọa độ đỉnh *C* là nghiệm của hệ  . | **0,25** |
| Theo giả thiết ta có | **0,25** |
| +) Nếu .  +) Nếu  không thỏa mãn hoành độ của *A* âm.  Vậy . | **0,25** |
| **5(1đ)** | Giả sử  (1).  Ta có . | **0,25** |
| Kết hợp với (1) ta được  Tương tự ta được các bất đẳng thức sau đây : | **0,25** |
| Cộng theo vế các bất đẳng thức (2), (3), (4), (5) ta được:  (6) | **0,25** |
| Mặt khác ta lại có: , mâu thuẫn với (6). Do đó giả sử ban đầu là sai suy ra tồn tại ít nhất một trong các góc  có số đo không lớn hơn . | **0,25** |

----------------------Hết----------------------