|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**  **—————————**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010-2011**  **ĐỀ THI MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh THPT không chuyên)**  **Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.**  **————————————** |

**Câu I (4 điểm)**

1. Cho hệ phương trình  (trong đó  là tham số;  và  là ẩn)

a) Tìm  để hệ phương trình trên có nghiệm.

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức .

2. Tìm tất cả các giá trị  để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt đều lớn hơn 



**Câu II (1,5 điểm)**

Giải hệ phương trình 

**Câu III (1 điểm)**

Chứng minh rằng nếu  là các số thực dương thì 

**Câu IV (3,5 điểm)**

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy*, cho hai điểm  và . Tìm tọa độ điểm *M* trên trục hoành sao cho góc *AMB* bằng .

2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* nhọn với trực tâm *H*. Các đường thẳng *AH, BH, CH* lần lượt cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* tại *D, E, F* (*D* khác *A, E* khác *B, F* khác *C*). Hãy viết phương trình cạnh *AC* của tam giác *ABC*; biết rằng .

3. Cho tam giác *ABC*, có . Gọi *I, p* lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp, nửa chu vi của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng



-------------Hết-------------

***Chú ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm*.**

**Họ và tên thí sinh**: ……………………………………………**SBD**: …………………

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH VĨNH PHÚC** | **KÌ THI CHỌN HSG LỚP 10 VÒNG TỈNH**  **NĂM HỌC 2010 – 2011**  **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN**  **(Dành cho học sinh các trường THPT không chuyên)**  **Đáp án gồm 4 trang** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **I**  **4 điểm** | **1.a (2 điểm)** | |
| Đặt . Khi đó hệ phương trình trở thành | 1,0 |
| Để hệ có nghiệm thì | 1,0 |
| **1.b (1 điểm)** | |
| Ta có | 0,5 |
| Lập bảng biến thiên ta được  khi ;  khi | 0,5 |
| **2. (1 điểm)** | |
| Đặt , thay vào phương trình ta được  phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi | 0,25 |
| . Khi đó phương trình đã cho có bốn nghiệm là | 0,5 |
| Để các nghiệm đều lớn hơn  thì . Vậy các giá trị của  là | 0,25 |
| **II**  **(1,5 điểm)** |  | |
| ĐK , ta thấy từ pt thứ nhất , do đó . Từ đó ta đặt  thay vào hệ ta được | 0,5 |
| Đặt  (vì ). Thế từ phương trình thứ nhất của hệ trên vào phương trình thứ hai ta được    . | 0,5 |
| +) Nếu  ta có  +) Nếu  vô lí vì  Kết luận nghiệm của hệ là | 0,5 |
| **III**  **1 điểm** |  | |
| Do  nên bất đẳng thức đã cho tương đương với | 0,25 |
|  | 0,25 |
| , bất đẳng thức này luôn đúng. Dấu bằng xảy ra khi | 0,5 |
| **IV**  **3,5 điểm** | **1. (1,5 điểm)** | |
| Giả sử tọa độ của . Khi đó .  Theo giả thiết ta có | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Vậy ta có hai điểm cần tìm là  hoặc | 0,25 |
| **2. (1 điểm)** | |
| Gọi *A’, B’, C’* lần lượt là chân đường cao hạ từ các đỉnh *A, B, C*. Do tứ giác *BCB’C’* nội tiếp nên  *H* nằm trên đường phân giác trong hạ từ *D* của tam giác *DEF*, tương tự ta cũng chỉ ra được *H* nằm trên đường phân giác trong hạ từ đỉnh *E* của tam giác *DEF*. Vậy *H* là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác *DEF*. | 0,5 |
| Ta lập được phương trình các đường thẳng *DE, DF* lần lượt là  . Do đó phương trình phân giác trong và ngoài của đỉnh *D* là . Kiểm tra vị trí tương đối của *E, F* với hai đường trên ta được phân giác trong kẻ từ đỉnh *D* là  . Tương tự ta lập được phương trình phân giác trong kẻ từ đỉnh *E* là . Mặt khác *H* là giao của *d* và *d’* nên | 0,25 |
| Ta có *AC* là trung trực của *HE* nên *AC* đi qua trung điểm  và có vtpt là | 0,25 |
| **3. (1 điểm)** | |
| Gọi *M* là tiếp điểm của *AC* với đường tròn nội tiếp tam giác *ABC*. Khi đó ta có . Gọi  là diện tích tam giác *ABC*, theo công thức Heron ta có . Áp dụng định lí Pitago trong tam giác *AIM* ta có | 0,5 |
| Tương tự ta có | 0,25 |
| Do vậy | 0,25 |
|  |  |