**CHUYÊN ĐỀ 5: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN**

**PHẦN I.TÓM TẮT LÍ THUYẾT.**

**1. Lũy thừa bậc n của số a** là tích của  thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng 

 ( );  gọi là cơ số,  gọi là số mũ.

n thừa số a

**2.Nhân hai luỹ thừa cùng cơ số**

**3.Chia hai luỹ thừa cùng cơ số** 

Quy ước 

**4.Luỹ thừa của luỹ thừa**

**5. Luỹ thừa mộttích** 

**6. Một số luỹ thừa của 10:**

- Một nghìn: 

- Một vạn: 

- Một triệu: 

- Một tỉ: 

Tổng quát: nếu  là số tự nhiên khác  thì: 

**7. Thứ tự thực hiện phép tính:**

Trong một biểu thức có chứa nhiều dấu phép toán ta làm như sau:

- Nếu biểu thức không có dấu ngoặc chỉ có các phép cộng, trừ hoặc chỉ có các phép nhân chia ta thực hiện phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

- Nếu biểu thức không có dấu ngoặc, có các phép cộng, trừ ,nhân ,chia, nâng lên lũy thừa, ta thực hiện nâng lên lũy thừa trước rồi thực hiện nhân chia,cuối cùng đến cộng trừ.

- Nếu biểu thức có dấu ngoặc , ta thực hiện các phép tính trong ngoặc tròn trước, rồi đến các phép tính trong ngoặc vuông, cuối cùng đến các phép tính trong ngoặc nhọn.

**PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI.**

**Dạng 1. THỰC HIỆN TÍNH, VIẾT DƯỚI DẠNG LŨY THỪA**

**I.Phương pháp giải.**

Sử dụng công thức:

1)  ( );  gọi là cơ số,  gọi là số mũ.

thừa số a

2)

3) 

Quy ước 

4) 

5) 

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** Viết các tích sau dưới dạng 1 luỹ thừa

a)  b)  c) 

**Lời giải**

a)  b)  c)

**Bài 2.**Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)  b)  c) 

**Lời giải**

a)  b)  c) 

**Bài 3.** Viết các tích sau đây dưới dạng một luỹ thừa của một số:

a)  b) 

**Lời giải**

a)  b) 

**Bài 4.** Viết kết quả phép tính dưới dạng một lũy thừa:

a)  b) c)

d)  e) f) 

g)  h) 

**Lời giải**

a) b) c)

d) e)  f) g) h) 

**Bài 5.**Tìm các số mũ  sao cho luỹ thừa  thảo mãn điều kiện: 

**Lời giải**

Ta có: nhưng 

Vậy với số mũ ta có 

**Bài 6 :** Thực hiện phép tính:

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

g)  h) 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Bài 7:** Thực hiện phép tính.

a) b) 

c) d) 

e) f) 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |
| e) | f) |

**Bài 8:** Thực hiện phép tính.

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

g)  h) 

i)  j) 

k)  l) 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Bài 9 :** Thực hiện phép tính.

a)  b) 

c) d) 

**Lời giải:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | b) |
| c) |  |

**Bài 10:** Thực hiện phép tính.

a)  b) 

c)  d) 

e)  f)

**Lời giải:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | b) |
| c) | d) |
| e) | f) |

**Bài 11**: Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải:**











**Bài 12**: Tính:

a)  b) 

c) 

**Lời giải:**

a) 











Vậy 

b) 













c) 













**Dạng 2.SO SÁNH CÁC LŨY THỪA**

**I.Phương pháp giải.**

Để so sánh hai lũy thừa ta thường biến đổi về hai lũy thừa có cùng cơ số hoặc có cùng số mũ (có thể sử dụng các lũy thừa trung gian để so sánh)

Với  ta có:



hoặc thì 

Với  là các biểu thức ta có :



 và 

và 

**II.Bài toán.**

**Bài 1.** So sánh:

a) và  b) và  c)và 

**Lời giải**

a) Vì nên và 

b) Vì nên và 

c) Ta có : 



Vậy 

**Bài 2.** So sánh

a) và  e) và 

b) và  f) và 

c)và  g)và 

d)và  h)và 

**Lời giải**

a) Ta có : 



Vì 

b) Tương tự câu a) ta có : 



Vì nên 

c) Ta có : 

d) Ta có : 



Vì  nên 

e) Ta thấy : 

f) ta có :  (1)

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra : 

g) Ta có :  (\*)

 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) 

h) Có : 



Vì nên 

**Bài 3.** Chứng tỏ rằng : 

**Lời giải**

Ta có : 



 (1)

Lại có: 



 (2)

Từ (1) và (2) 

**Bài 4.**So sánh:

a) và  b)và 

**Lời giải**

a) Ta thấy :  (1)

 (2)

Từ (1) và (2) 

b)





Vậy 

**Bài 5.** So sách các cặp số sau:

a) và b) và 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| a) Ta có    Vậy | b)    Vì  nên |

**Bài 6.**So sánh các số sau:

a) và  b)  và 

**Lời giải**

a) 



Vậy 

b) 

**Bài 7.** So sánh 2 hiệu:  và 

**Lời giải**





Vậy 

**Bài 8.**So sánh các số sau:

a) và  b) và  c)  và d) và  e)  và 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| a) Ta có:    Vì nên | b) Ta có:    Vì  nên |
| c) Ta có:    Vì | d) Ta có:    Vậy |
| e) Ta có:;  Ta so sánh  và      Vậy 303202< 2002303 |  |

**Bài 9**: So sánh

a)  và  b)  và 

**Lời giải:**

a) 











Vậy 

b) 













Vậy 

**Dạng 3. TÌM SỐ CHƯA BIẾT TRONG LŨY THỪA**

**I. Phương pháp giải.** Khigiải bài toán tìm  có luỹ thừa phải:

**Phương pháp 1:** Biến đổi về các luỹ thừa cùng cơ số .

**Phương pháp 2:** Biến đổi về các luỹ thừa cùng số mũ .

**Phương pháp 3:** Biến đổi về dạng tích các lũy thừa.

**II. Bài toán.**

**Bài 1.** Tìm x, biết.

a)  b) c) 

d) e) g) 

h) k)

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) Ta có: 

e) Ta có: 

g) Ta có: 

h) Ta có: 

k) Ta có: 

**Bài 2.**Tìm biết.

a)  b) 

c)  d) 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) Ta có: 

**Bài 3.**Tìm, biết.

a) b) 

c)  d) 

e)  g) 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

TH 1: .

TH 2: .

Vậy  hoặc 

d) 



Vậy 

e) Ta có: 

g) Ta có: 

**Bài 4:** Tìm  biết:

a,  b,  c, 

**Lời giải**

a) Ta có: 



b) Ta có: 

c) Ta có: 

**Bài 5:** Tìm x biết:

a,  b,  c) 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

Vậy 

c) Ta có:

**Dạng 4. MỘT SỐ BÀI TẬP NÂNG CAO VỀ LŨY THỪA**

**I.Phương pháp giải.**

**Phương pháp 1:** Để so sánh hai luỹ thừa ta thường đưa về so sánh hai luỹ thừa cùng cơ số hoặc cùng số mũ .

- Nếu hai luỹ thừa cùng cơ số ( lớn hơn ) thì luỹ thừa nào có số mũ lớn hơn sẽ lớn hơn.



- Nếu hai luỹ thừa cùng số mũ (lớn hơn ) thì lũy thừa nào có cơ số lớn hơn sẽ lớn hơn .



**Phương pháp 2:** Dùng tính chất bắc cầu, tính chất đơn điệu của phép nhân

 thì 



**II.Bài toán.**

**Dạng 1: So sánh hai số lũy thừa.**

**Bài 1.** So sánh các lũy thừa:  và 

**Lời giải**

Ta có: 



Vì  nên 

**Dạng 2: So sánh biểu thức lũy thừa với một số (so sánh hai biểu thức lũy thừa)**

- Thu gọn biểu thức lũy thừa bằng cách vận dụng các phép tính lũy thừa, cộng trừ các số theo quy luật.

- Vận dụng phương pháp so sánh hai lũy thữa ở phần B.

- Nếu biểu thức lũy thừa là dạng phân thức: Đối với từng trường hợp bậc của luỹ thừa ở tử lớn hơn hay bé hơn bậc của luỹ thừa ở mẫu mà ta nhân với hệ số thích hợp nhằm tách phần nguyên rồi so sánh từng phần tương ứng.

*Với* *. Ta có:*

- Nếu  thì  và .

- Nếu  thì  và .*(còn gọi là phương pháp so sánh phần bù)*

**\*** Với biểu thức là tổng các số có dạng  (với ) ta có vận dụng so sánh sau:



**Bài 1.** Cho . So sánh  với .

**Lời giải**

Ta có: 





Mà 

Vậy .

**Bài 2.**So sánh hai biểu thức  và , biết:  và 

**Lời giải**

Ta có:  =  = .

 = = .

Vì  nên 

 hay 

**Bài 3.**So sánh hai biểu thức  và , biết:  và 

**Lời giải**

Ta có:  .



Vì  nên 



 hay 

Vậy 

**Dạng 3: Từ việc so sánh lũy thừa, tìm cơ số (số mũ) chưa biết.**

\* Với các số tự nhiên  và số dương .

+ Nếu  thì:.

+ Nếu  thì:.

\* Với các số dương  và số tự nhiên , ta có:.

**Bài 3.** Tìm các số nguyên n thoã mãn: .

**Lời giải**

Ta giải từng bất đẳng thức  và .

Ta có: 

 (với ) (1).

Mặt khác 

 (với ) (2).

Từ (1) và (2) .

Vậy  nhận các giá trị nguyên là: 

**Bài 4.** Tìm , biết:

a) . b) .

**Lời giải**

a) Ta có:

.

b) Ta có:



.

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  sao cho .

**Lời giải**

Ta có: 

Nếu thỏa mãn.

Nếu  có chữ số tận cùng là . Khi đó, có chữ số tận cùng là. Mà  là số chính phương nên không thể có tận cùng bằng . Do đó không tồn tại  thỏa mãn.

Vậy 

**Bài 6:** a) Số  có bao nhiêu chữ số?

b) Hai số  và  viết liền nhau được số có bao nhiêu chữ số?

**Lời giải**

a) Ta có:



 Do đó  có 6 chữ số.

b) Giả sử  có a chữ số và  có b chữ số thì khi viết 2 số này liền nhau ta được  chữ số.

Vì  và 



. Do đó: .

Vậy số đó có 2004 chữ số.

**Bài 7:**Tìm số 5 các chữ số của các số n và m trong các trường hợp sau:

a) . b) .

**Lời giải**

a) Ta có:



Số  gồm 3888 theo sau là 5 chữ số 0 nên số này có 9 chữ số.

Vậy số n có 9 chữ số.

b) Ta có:



Số  gồm  theo sau là  chữ số  nên số này có tất cả  chữ số.

Vậy số m có  chữ số.

**Dạng 4: Sử dụng lũy thừa chứng minh chia hết**

**Bài 1**: Chứng minh rằng:

1. chia hết cho 

1. chia hết cho 

1.  chia hết cho 

1. chia hết cho

1. chia hết cho 

1.  chia hết cho 

1.  chia hết cho 

1.  chia hết cho 

1.  chia cho  và 

1. chia hết cho 

1.  chia hết cho 

**Lời giải**

1. chia hết cho 







1. chia hết cho 









1.  chia hết cho 







1. chia hết cho 

Ta có: nên  (đpcm) (tính chất chia hết của một tổng)

1. chia hết cho 







1.  chia hết cho 

Ta thấy: 

Ta có:

vì tổng các chữ số bằng 

vì có tận cùng là 

Mà nên  (đpcm)

1.  chia hết cho 









1.  chia hết cho 

Ta có:







Ta có:







Ta có:







Vậy  chia hết cho .

1.  chia cho  và 

Ta có:







Ta có:







Vậy  chia hết cho 

1. chia hết cho 

Ta có:



 (số có  chữ số )   
(số có  chữ số )

  
Xét biểu thức trong ngoặc

(số có  chữ số )   
Ta đã biết một số tự nhiên và tổng các chữ số của nó sẽ có cùng số dư trong phép chia cho .

Số có  chữ số có tổng các chữ số là  (vì có  chữ số ).   
 ( chữ số ) và  có cùng số dư trong phép chia cho 

 ( chữ số )



haychia hết cho (đpcm)

1.  chia hết cho 

Ta có:

  
  
  
  




Ta có:

chia hết cho 

chia hết cho 

 chia hết cho 



**BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1.** So sánh:

a)  và . b)  và .

**Bài 2**: So sánh:

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

**Bài 3:** So sánh:

a)  và  b)  và 

c)  và . d)  và 

**Bài 4:** So sánh các số sau: và .

**Bài 5:** So sánh:

a)  và . b)  và .

**Bài 6:** So sánh các số sau: và .

**Bài 7.** Chứng tỏ rằng: .

**Bài 8**: Chứng minh rằng: .

**Bài 9**: Chứng minh rằng: .

**Bài 10**. So sánh:  và .

**Bài 11:** So sánh:  và .

**Bài 12:** So sánh các số:

a)  và . b)  và .

**Bài 13:**Viết theo từ nhỏ đến lớn:  và .

**Bài 14:** So sánh 2 số:  và .

**Bài 15:** Gọi m là số các số có 9 chữ số mà trong cách ghi của nó không có chữ số .

Hãy so sánh m với .

**Bài 16:** Cho  và .

So sánh A và B.

**Bài 17:** So sánh hai biểu thức:  và .

**Bài 18:** So sánh:  và .

**Bài 19:** So sánh M và N biết:  và .

**Bài 20:** So sánh  và .

**Bài 21**: So sánh  và .

**Bài 22**: Tìm các số tự nhiên n sao cho:

a) . b) .

**Bài 23**: Tìm số tự nhiên n biết rằng: .

**Bài 24:** Cho . Tìm số tự nhiên , biết .

**Bài 25:** Tìm các số nguyên dương m và n sao cho: .

**Bài 26:** Tìm số nguyên dương  biết:

a) . b) .

**Bài 27:** Tìm số nguyên n lớn nhất sao cho: .

**Bài 28:** Tìm n ∈ N biết:

a) . b\*) .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Bài 1.** So sánh:

a)  và . b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có: ; 

Vì .

b) . Vì .

**Bài 2**: So sánh:

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

**Lời giải:**

a) Ta thấy: 

Vì 

b) Ta có : , .

Vì  nên 

c) Ta có:





Vì  nên 

d) Ta có:

 (1)

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 

**Bài 3:** So sánh:

a)  và  b)  và 

c)  và . d)  và 

**Lời giải:**

a) Ta có: . Vì 

b) Ta có :

, 

Vì 

c) Ta có: ,



Vì 

.

d) Ta có :





Vì  nên 

**Bài 4:** So sánh các số sau: và .

**Lời giải:**





Vì .

**Bài 5:** So sánh:

a)  và . b)  và .

**Lời giải:**

a)Ta có: 



Vì .

b) Ta có:  và 



**Bài 6:** So sánh các số sau: và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì .

**Bài 7.** Chứng tỏ rằng: .

**Lời giải:**

Ta có:  (1)

Lại có:  (2)

Từ (1) và (2) 

**Bài 8**: Chứng minh rằng: .

**Lời giải:**

Ta có: 

Nhận xét:  nên cần so sánh  và 

Có: 

Có: , cần so sánh  với số  như sau:



Do đó: 

Mà 

**Bài 9**: Chứng minh rằng: .

**Lời giải:**

Ta có: 



 (1)

Xét:  (vì 35<28)

 (2)

Từ (1) và (2) ta có: 



**Bài 10**. So sánh:  và .

**Lời giải:**

Ta có:  mà 



**Bài 11:** So sánh:  và .

**Lời giải:**

Ta có:  (1)

 (2)

Mà  (3)

Từ (1), (2), và (3) suy ra: 

**Bài 12:** So sánh các số:

a)  và . b)  và .

**Lời giải:**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

**Bài 13:** Viết theo từ nhỏ đến lớn:  và .

**Lời giải:**

 (1)

 (2)

 (3)

Từ (1), (2), và (3) suy ra: 

**Bài 14:** So sánh 2 số:  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì 

**Bài 15:** Gọi m là số các số có 9 chữ số mà trong cách ghi của nó không có chữ số .

Hãy so sánh m với .

**Lời giải:**

Số có 9 chữ số là  trong đó các chữ số  và có thể giống nhau. Từ tập hợp số  mỗi chữ số ai có 9 cách chọn. Do đó ta có số các số có 9 chữ số thỏa mãn bài toán là  số.

Từ đó: 

**Bài 16:** Cho  và .

So sánh A và B.

**Lời giải:**

Ta có: 





Vậy A < B.

**Bài 17:** So sánh hai biểu thức:  và .

**Lời giải:**





Vậy B = C.

**Bài 18:** So sánh:  và .

**Lời giải:**

Ta có: 



Vì 



**Bài 19:** So sánh M và N biết:  và .

**Lời giải:**

nên 

 nên 

Vì 

 hay 19M > 19N

**Bài 20:** So sánh  và .

**Lời giải:**

Nếu n là số tự nhiên lớn hơn 1 thì ta có:





Áp dụng vào bài toán ta được:





Vậy 

**Bài 21**: So sánh  và .

**Lời giải:**

A là tích của 99 số âm. Do đó:





Để dễ rút gọn ta viết tử dưới dạng tích các số tự nhiên liên tiếp như sau:



Vậy A <

**Bài 22**: Tìm các số tự nhiên n sao cho:

a) . b) .

**Lời giải:**

a) 

n nhận các giá trị là: 2, 3, 4, 5.

b) 

nhận các giá trị là: 2, 4, 5, 6, 7

**Bài 23**: Tìm số tự nhiên n biết rằng: .

**Lời giải:**

Ta có:



**Bài 24:** Cho . Tìm số tự nhiên , biết .

**Lời giải:**

Có 



Mà theo đề bài ta có 2A + 3 = 3n



**Bài 25:** Tìm các số nguyên dương  và  sao cho: .

**Lời giải:**

Ta có:  (1)

Dễ thấy , ta xét 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Nếu m – n = 1 thì từ (1) ta có:

2n.(2 – 1) = 28 => 2n = 28 => n = 8 và m = 9

Trường hợp 2: Nếu m – n 

 là một số lẻ lớn hơn 1 nên vế trái của (1) chứa thừa số nguyên tố lẻ khi phân tách ra thừa số nguyên tố, còn vế phải của (1) chỉ chứa thừa số nguyên tố 2, do đó hai vế của (1) mâu thuẫn nhau.

Vậy và là đáp số duy nhất.

**Bài 26:** Tìm số nguyên dương  biết:

a) . b) .

**Lời giải:**

a) Ta có: 64 < 2n< 256  mà  nguyên dương nên.

b) Ta có: 243 > 3n mà nguyên dương nên .

**Bài 27:** Tìm số nguyên n lớn nhất sao cho: .

**Lời giải:**

Ta có: n200 = (n2)100; 6300 = (63)100 = 216100

n200 < 6300 (\*)

Suy ra: số nguyên lớn nhất thỏa mãn (\*) là n = 14.

**Bài 28:** Tìm n ∈ N biết:

a) . b\*) .

**Lời giải:**

a)



Suy ra 

Vậy 

b) Với , ta xét: 

Nhận thấy:  nên 



Nhận thấy:  nên 

Do đó: 

## 🙢**HẾT**🙠