# CHUYÊN ĐỀ 2: DẤU HIỆU CHIA HẾT – CHIA CÓ DƯ

1. **LÝ THUYẾT**
2. **Định nghĩa.**

Với mọi a, b∈N (b≠0) ta luôn tìm được số tự nhiên r sao cho

a = bq + r (0 ≤ r < b)

a là số bị chia, b là số chia, q là thương, r là số dư

- Nếu r = 0 ta được phép chia hết, tanói rằng a chia hết cho b (a: b), hay a là bội của b, hay b chia hết a, hay b là ước của a (b/a).

- Nếu r > 0,ta được phép chia có dư, ta nói rằng a không chia hết cho b (a:b).

**2. Các tính chất về phép chia hết**. (10 tính chất)

* 1. Số 0 chia hết cho mọi số b≠0.
	2. Số a chia hết cho mọi a≠0.
	3. Nếu a b, b c thì ac.
	4. Nếu a và b cùng chia hết cho m thì a+b và a-b đều chia hết cho m.
	5. Nếu một trong hai số a và b chia hết cho m, số kia không chia hết cho m thì a+b và a-b đều không chia hết cho m.
	6. Nếu tổng hoặc hiệu hai số chia hết cho m và một trong hai số ấy chia hết cho m thì số còn lại cũng chia hết cho m.
	7. Nếu một thừa số của tích chia hết cho m thì tích chia hết cho m.
	8. Suy ra a  m thì an  m (n∈N\*).
	9. Nếu a  m, b  n thì ab  mn
	10. Suy ra nếu a  b thì an   bn.
	11. Nếu một số chia hết cho hai số nguyên tố cùng nhau thì nó chia hết cho tích của hai số đó.
	12. Nếu tích ab chia hết cho m, trong đó b và m là hai số nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho m.
	13. Nếu một tích chia hết cho số nguyên tố p thì tồn tại một thừa số của tích chia hết cho p. Suy ra nếu an  p, p là ngyên tố thì a  p.
1. **Dấu hiệu chia hết cơ bản:**
2. Dấu hiệu chia hết cho 2: Các số có chữ số tận cùng là: 0,2,4,6,8
3. Dấu hiệu chia hết cho 5: Các số có chữ số tận cùng là: 0,5
4. Dấu hiệu chia hết cho 3: Tổng các chữ số của số đó phải chia hết cho 3
5. Dấu hiệu chia hết cho 9: Tổng các chữ số của số đó phải chia hết cho 9
6. **Dấu hiệu chia hết cho các số khác:**
7. Dấu hiệu chia hết cho 4(25): Hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4(25)
8. Dấu hiệu chia hết cho 8(125): Ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8(125)
9. Dấu hiệu chia hết cho 11: Tổng các chữ số hàng lẻ trừ đi tổng chữ số hàng chẵn chia hết cho 11 hoặc ngược lại.
10. **CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN**
* **DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN VỀ CHỨNG MINH**

**Bài 1**: Chứng minh rằng:

1. A = 1 + 3 + 32 + …+ 311 chia hết cho 4
2. B = 165 + 215 chia hết cho 33
3. C = 5 + 52 + 53 + …+ 58 chia hết cho 30
4. D = 45 + 99 + 180 chia hết cho 9
5. E = 1 + 3 + 32 + 33 +…+ 3119 chia hết cho 13.
6. F = 1028 + 8 chia hết cho 72
7. G = 88 + 220 chia hết cho 17
8. H = 2 + 22 + 23 +…+ 260 chia hết cho 3, 7, 15
9. I = E = 1 + 3 + 32 + 33 +…+ 31991 chia cho 13 và 41.
10. J = 10n + 18n – 1 chia hết cho 27
11. K = 10n + 72n – 1 chia hết cho 81

**Bài 2**: Chứng minh rằng:

1. $\overbar{abcabc}$ chia hết cho 7, 11 và 13
2. $\overbar{abcdeg}$ chia hết cho 23 và 29, biết $\overbar{abc}$ = 2.$\overbar{deg}$
3. $\overbar{aaa}$ chia hết cho a
4. Chứng minh rằng số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27
5. $\overbar{abcd}$ chia hết cho 29 <=> a + 3b + 9c + 27d chia hết cho 29
6. $\overbar{abc}$ chia hết cho 21 <=> a - 2b + 4c chia hết cho 21

**Bài 3**: Chứng minh rằng:

1. Chứng minh rằng tổng ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3.
2. Chứng minh rằng $∀ n \in N$ thì 60n + 45 chia hết cho 15 nhưng không chia hết cho 30.
3. Chứng minh rằng không có số tự nhiên nào mà chia cho 15 dư 6 và chia 9 dư 1.
4. Chứng minh rằng: (1005a + 2100b) chia hết cho 15, $∀ a,b \in N$.
5. Chứng minh rằng: A = n2 + n + 1 không chia hết cho 2 và 5, $∀ n \in N$.
6. Chứng minh rằng: $∀ n \in N$ thì tích (n + 3)(n + 6) chia hết cho 2.
* **DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN NÀO ĐÓ**
1. Tìm các chữ số a và b sao cho a – b = 4 và $\overbar{87ab}$ chia hết cho 9
2. Cho n = $\overbar{7a5}$ + $\overbar{8b4}$. Biết a – b = 6 và n chia hết cho 9. Tìm a và b
3. Tìm hai số tự nhiên chia hết cho 9, biết rằng: Tổng của chúng bằng $\overbar{\*657}$ và hiệu của chúng bằng $\overbar{5\*91}$.
4. Tìm chữ số a, biết rằng: $\overbar{20a20a20a}$ chia hết cho 7
5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, sao cho nếu viết nó tiếp sau số 1999 thì ta được một số chia hết cho 37.
6. Tìm các số tự nhiên chia cho 4 dư 1, còn chia cho 25 thì dư 3
7. Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng số đó bằng 45 lần tích các chữ số của nó.
8. Tìm số $\overbar{abcd}$, biết rằng số đó chia hết cho tích các số $\overbar{ab}$ và $\overbar{cd}$.
9. $\overbar{\*63\*}$ chia hết cho cả 2,3,5,9
10. Tìm tất cả các số có 5 chữ số dạng: $\overbar{34x5y}$ mà chia hết cho 36.
* **DẠNG 3: BÀI TOÁN ĐẾM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN**

1. Từ 1 đến 100 có bao nhiêu số chia hết cho 2, bao nhiêu số chia hết cho 5?
2. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 5 và dư 3?
3. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 3?
4. Trong các số tự nhiên nhỏ hơn 1000, có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5?

**HƯỚNG DẪN – LỜI GIẢI – ĐÁP SỐ**

* **DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN VỀ CHỨNG MINH**

**Bài 1**: Chứng minh rằng:

1. A = 1 + 3 + 32 + …+ 311 chia hết cho 4

A = (1 + 3) + 32.(1 + 3) + … + 310(1 + 3)

A = 4 + 32.4 + … + 310.4

A = 4.(1 + 32 + 310) $\vdots $ 4(đpcm)

1. B = 165 + 215 chia hết cho 33

B = (24)5 + 215

B = 220 + 215

B = 215.(1 + 25)

B = 215.33 $\vdots $ 33 (đpcm)

1. C = 5 + 52 + 53 + …+ 58 chia hết cho 30

C = (5 + 52) + 52.(5 + 52) + … + 56.(5 + 52)

C = 30 + 52.30 + … + 56.30

C = 30.(1 + 52 +…+ 56) $\vdots $ 30 (đpcm)

1. D = 45 + 99 + 180 chia hết cho 9

Ta có: 45 $\vdots $ 9; 99 $\vdots $ 9; 180 $\vdots $ 9 nên D = 45 + 99 + 180 $\vdots $ 9 (đpcm) (tính chất chia hết của một tổng)

1. E = 1 + 3 + 32 + 33 +…+ 3119 chia hết cho 13.

E = (1 + 3 + 32) + 33.(1 + 3 + 32) + … + 3117.(1 + 3 + 32)

E = 13 + 33.13 + … + 3117.13

E = 13.(1 + 33 + … + 3117) $\vdots $ 13 (đpcm)

1. F = 1028 + 8 chia hết cho 72

Ta thấy: 72 = 8.9

Ta có:

1028 + 8 $\vdots $ 9 vì tổng các chữ số bằng 9

1028 + 8 $\vdots $ 8 vì có tận cùng là 008

Mà (8;9) = 1 nên 1028 + 8 $\vdots $ 8.9 = 72 (đpcm)

1. G = 88 + 220 chia hết cho 17

G = (23)8 + 220

G = 224 + 220

G = 220.(24 + 1)

G = 220.17$ \vdots $ 17 (đpcm)

1. H = 2 + 22 + 23 +…+ 260 chia hết cho 3, 7, 15

Ta có:

H = 2.(1 + 2) + 23.(1 + 2) + … + 259.(1+2)

H = 2.3 + 23.3 + … + 259.3

H = 3.(2 + 23 + .. . + 259) $\vdots $ 3

Ta có:

H = 2.(1 + 2 + 22) + 24.(1 + 2 + 22) + … + 258.(1 + 2 + 22)

H = 2.7 + 24.7 + … + 258.7

H = 7.(2 + 24 +…+ 258) $\vdots $ 7

Ta có:

H = 2.(1 + 2 + 22 + 23) + 25.(1 + 2 + 22 + 23) +…+ 257.(1 + 2 + 22 + 23)

H = 2.15 + 25.15 + … + 257.15

H = 15.(2 + 25 +…+ 257) $\vdots $ 15

Vậy H chia hết cho 3, 7, 15.

1. I = 1 + 3 + 32 + 33 +…+ 31991 chia cho 13 và 41.

Ta có:

I = (1 + 3 + 32) + 33.(1 + 3 + 32) + … + 31989.(1 + 3 + 32)

I = 13 + 33.13 + … + 31989.13

I = 13.(1 + 33 + … + 31989) $\vdots $ 13 (đpcm)

Ta có:

I = (1 + 32 + 34 + 36) + (3+ 33 + 35 + 37) + … + (31984 + 31986 + 31988 + 31990 ) + (31985 + 31987 + 31989 + 31991 )

I = (1 + 32 + 34 + 36) + 3.(1 + 32 + 34 + 36) +…+ 31984.(1 + 32 + 34 + 36) + 31985.(1 + 32 + 34 + 36)

I = 820.(1 + 3+ …+ 31984 + 31985)

I = 41.20.(1 + 3+ …+ 31984 + 31985) $\vdots $ 41

Vậy I chia hết cho 13, 41.

1. J = 10n + 18n – 1 chia hết cho 27

Ta có:

J = 10n + 18n – 1 = (10n - 1) + 18n

J = 99...9 + 18n (số 99...9 có n chữ số 9)
j = 9(11...1 + 2n) (số 11...1 có n chữ số 1)

J = 9.L
Xét biểu thức trong ngoặc

 L = 11...1 + 2n = 11...1 - n + 3n (số 11...1 có n chữ số 1).
Ta đã biết một số tự nhiên và tổng các chữ số của nó sẽ có cùng số dư trong phép chia cho 3. Số 11...1 (n chữ số 1) có tổng các chữ số là 1 + 1 + ... + 1 = n (vì có n chữ số 1).
=> 11...1 (n chữ số 1) và n có cùng số dư trong phép chia cho 3

=> 11...1 (n chữ số 1) - n chia hết cho 3

=> L chia hết cho 3

=> 9.L chia hết cho 27 hay J =10n + 18n – 1 chia hết cho 27 (đpcm)

1. K = 10n + 72n – 1 chia hết cho 81

Ta có:

K = 10n + 72n – 1
K =10n - 1 + 72n
K =(10-1)[10n-1 + 10n-2+...+ 10 + 1] + 72n
K =9.[10n-1 + 10n-2+...+ 10 + 1] - 9n + 81n
K =9. [10n-1 + 10n-2+...+ 10 + 1- n] + 81n
K =9[(10n-1 - 1)+(10n-2 - 1)+...+(10-1) + (1 – 1)] + 81n
Ta có:

 10k - 1 = (10-1)[10k-1 + ... + 10 +1] chia hết cho 9

=>9[(10n-1 - 1)+(10n-2 - 1)+...+(10-1) + (1 – 1)] chia hết cho 81

=>9[10n-1 + 10n-2+...+ 10 + 1- n] + 81n chia hết cho 81

=>K = 10n + 72n – 1 $\vdots $ 81 (đpcm).

**Bài 2**: Chứng minh rằng:

1. $\overbar{abcabc}$ chia hết cho 7, 11 và 13

Ta có: $\overbar{abcabc}$ = 1000$\overbar{abc}$ + $\overbar{abc}$ = 1001.$\overbar{abc}$ = 7.11.13.$\overbar{abc}$ $\vdots $ 7; 11; 13 (đpcm)

1. $\overbar{abcdeg}$ chia hết cho 23 và 29, biết $\overbar{abc}$ = 2.$\overbar{deg}$

Ta có: $\overbar{abcdeg}$ = 1000$\overbar{abc}$ + $\overbar{deg}$ = 1000.2.$\overbar{deg}$ + $\overbar{deg}$

= $\overbar{deg}$(2000 + 1) = $\overbar{deg}$.2001 = $\overbar{deg}$.23.29.3 $\vdots $ 23; 29 (đpcm)

1. $\overbar{aaa}$ chia hết cho a

$\overbar{aaa}$ = 100.a + 10.a + a = 111.a $\vdots $ a (đpcm)

1. Chứng minh rằng số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27

Gọi A là số gồm 27 chữ số 1, B là số gồm 9 chữ số 1.

Lấy A chia cho B ta được thương là C=10..010..01.

Như vậy : A=B.C , trong đó B chia hết cho 9, C chia hết cho 3

Vậy A chia hết cho 27 (đpcm).

1. $\overbar{abcd}$ chia hết cho 29 <=> a + 3b + 9c + 27d chia hết cho 29

Ta có: $\overbar{abcd}$ $\vdots $ 29

⬄ 1000.a + 100.b + 10.c + d $\vdots $ 29

⬄ 2000.a + 200.b + 20.c +2d $\vdots $ 29

⬄ 2001.a – a + 203.b – 3.b + 29.c – 9.c + 29.d – 27.d $\vdots $ 29

⬄ (2001.a + 203.b + 29.c + 29.d) – (a + 3.b + 9.c + 27.d) $\vdots $ 29

⬄ (69.29.a + 7.29.b + 29.c + 29.d) - (a + 3.b + 9.c + 27.d) $ \vdots $ 29

⬄ (a + 3.b + 9.c + 27.d) $ \vdots $ 29 (đpcm)

1. $\overbar{abc}$ chia hết cho 21 <=> a - 2b + 4c chia hết cho 21

Ta có:

$\overbar{abc}$ = 100a + 10b + c

= 100a - 84a +10b - 42b + c + 63c +84a + 42b -63c
= 16a - 32b + 64c + 84a + 42b -63c

= 16( a-2b+4c) + 84a + 42b -63c
$\overbar{abc}$ chia hết cho 21, 84a + 42b -63c chia hết cho 21 => a-2b+4c (đpcm)

**Bài 3**: Chứng minh rằng:

1. Chứng minh rằng tổng ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3.

Gọi 3 số tự nhiên liên tiếp là: a; a + 1; a + 2

Tổng của ba số là: a + a +1 + a +2 = 3.a + 3 $ \vdots $ 3(đpcm) (tính chất chia hết của một tổng)

1. Chứng minh rằng $∀ n \in N$ thì 60n + 45 chia hết cho 15 nhưng không chia hết cho 30.

Ta có:

60 $\vdots $ 15 => 60n $\vdots $ 15 ; 45 $\vdots $ 15 => 60n + 45 $\vdots $ 15 (theo tính chất chia hết của một tổng)

60 $\vdots $ 30 => 60n $\vdots $ 30; 45 không chia hết cho 30 => 60n + 45 không chia hết cho 30 ( theo tính chất chia hết của một tổng).

1. Chứng minh rằng không có số tự nhiên nào mà chia cho 15 dư 6 và chia 9 dư 1.

Giả sử có số a $\in $ N thỏa mãn cả hai điều kiện trên thì:

$\left.\begin{array}{c}a=15q\_{1}+6 chia hết cho 3\\a=15q\_{2}+1 không chia hết cho 3\end{array}\right\}$ => Mâu thuẫn

Vậy không có số tự nhiên nào thỏa mãn. (đpcm)

1. Chứng minh rằng: (1005a + 2100b) chia hết cho 15, $∀ a,b \in N$.

Vì 1005 chia hết cho 3 nên 1005.a chia hết cho 3 với mọi a

Vì 2100 chia hết cho 3 nên 2100.b chia hết cho 3 với mọi b

* + - (1005a + 2100b) chia hết cho 3 với mọi a,b

 Vì 1005 chia hết cho 5 nên 1005a chia hết cho 5 với mọi a

Vì 2100 chia hết cho 5 nên 2100b chia hết cho 5 với mọi b

* + - (1005a + 2100b) chia hết cho 5 với mọi a, b

Mà (3;5) = 1 => (1005a + 2100b) chia hết cho 15 với mọi a,b

1. Chứng minh rằng: A = n2 + n + 1 không chia hết cho 2 và 5, $∀ n \in N$.

Vì n.(n+1) là tích hai số tự nhiên liên tiếp, trong 2 số liên tiếp luôn luôn có 1 số chẵn => n.(n+1) là số chẵn, cộng thêm 1 sẽ là số lẻ => n.(n+1) + 1 là số lẻ, không chia hết cho 2.

Để chứng minh n.(n+1) + 1 không chia hết cho 5 ta thấy hai số n và n+1 có thể có các chữ số tận cùng sau:

    n   tận cùng là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; tương ứng số tận cùng của n+ 1 như sau:

n+ 1 tận cùng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

=> tích của n.(n+1) tận cùng là:

                              0, 2, 6, 2, 0, 0, 2, 6, 2, 0

Hay là n.(n+1) tận cùng là 0, 2, 6

=> n.(n+1) +1 tận cùng là: 1, 3, 7  không chia hết cho 5

1. Chứng minh rằng: $∀ n \in N$ thì tích (n + 3)(n + 6) chia hết cho 2.

**Ta xét các trường hợp:**

**(+) Nếu n là số lẻ thì n + 3 là số chẵn ; n + 6 là số lẻ. Mà số chẵn nhân với số lẻ có tận cùng là số chẵn => (n+3) (n+6) chia hết cho 2.**

**(+) Nếu n là số chẵn thì n+3 là số lẻ ; n+6 là số chẵn. Mà tích của 1 số lẻ với 1 số chẵn có tận cùng là số chẵn nên => (n+3)(n+6) chia hết cho 2.**

**Vậy** $∀ n \in N$ thì tích (n + 3)(n + 6) chia hết cho 2 (đpcm).

1. **DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN NÀO ĐÓ**
* Tìm các chữ số a và b sao cho a – b = 4 và $\overbar{87ab}$ chia hết cho 9

Vì a – b = 4 => a = b + 4 mà $\overbar{87ab}$ chia hết cho 9 => 15 + a + b chia hết cho 9 => 19 + 2b chia hết cho 9 => b = 4; a = 8.

* Cho n = $\overbar{7a5}$ + $\overbar{8b4}$. Biết a – b = 6 và n chia hết cho 9. Tìm a và b

n chia hết cho 9
 $\overbar{7a5}$ + $\overbar{8b4}$ chia hết cho 9
 7 + a + 5 + 8 + b + 4 chia hết cho 9
 24 + a + b chia hết cho 9.
Mà a, b  9  a + b  18
 a + b = 3 hoặc a + b = 12.
- a + b = 3
 a = (3 + 6) : 2 = 9/2 không thuộc N (loại)
- a + b = 12
 a = (12 + 6) : 2 = 9 ; b = 9 - 6 = 3 (chọn)
Vậy a = 9 và b = 3.

* Tìm hai số tự nhiên chia hết cho 9, biết rằng: Tổng của chúng bằng $\overbar{\*657}$ và hiệu của chúng bằng $\overbar{5\*91}$.

Vì hai số chia hết cho 9 nên tổng của hai số là: $\overbar{\*657}$ $\vdots $ 9 ⬄ \* = 9; và hiệu của chúng bằng $\overbar{5\*91}$ $\vdots $ 9 ⬄ \* = 3.
Vậy tổng của hai số là 9657 và hiệu của hai số là 5391.

* + - Hai số cần tìm là: 7524 và 2133
* Tìm chữ số a, biết rằng: $\overbar{20a20a20a}$ chia hết cho 7

Ta có $\overbar{20a20a20a}$ =$\overbar{ 20a20a}$ .1000 + $\overbar{ 20a}$

 = ($\overbar{ 20a}$.1000 + $\overbar{ 20a}$).1000 + $\overbar{ 20a}$

 = 1001.$\overbar{ 20a}$.1000 + $\overbar{ 20a}$

 = 7.143.$\overbar{ 20a}$.1000 + $\overbar{ 20a}$ $\vdots $ 7

Mà 7.143.$\overbar{ 20a}$.1000 $\vdots $ 7 => $\overbar{ 20a}$ $\vdots $ 7

$\overbar{ 20a}$ = 200 + a = 196 + 4 + a = 196 + (4 + a) $\vdots $ 7

Mà 196 $\vdots $ 7 => 4 + a $\vdots $ 7 => a = 3

* Tìm số tự nhiên có hai chữ số, sao cho nếu viết nó tiếp sau số 1999 thì ta được một số chia hết cho 37.

Gọi số phải tìm là $\overbar{ab}$ . Ta có:

$\overbar{1999ab}$ $\vdots $ 37 => 199900 +$\overbar{ab}$ $\vdots $ 37

* + - $5402.37$ + 26 + $\overbar{ab} \vdots $ 37
		- 26 + $\overbar{ab} \vdots $ 37

Vậy $\overbar{ab} $= {11; 48; 85}

* Tìm các số tự nhiên chia cho 4 dư 1, còn chia cho 25 thì dư 3

Gọi thương của số tự nhiên x cần tìm tuần tự là a và b
Theo đề, ta có:
x = 4a + 1
x = 25b + 3
<=> 4a + 1 = 25b + 3
4a = 25b + 2
a = (25b + 2)/4
b = 2 ; a = 13 <=> x = 53
b = 6 ; a = 38 <=> x = 153
b = 10 ; a = 63 <=> x = 253
b = 14 ; a = 88 <=> x = 353
b = 18 ; a = 113 <=> x = 453
...

Đáp số:
Tất cả các số tự nhiên, tận cùng là 53 đều thoả mãn điều kiện.

* Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng số đó bằng 45 lần tích các chữ số của nó.

Goi số đó là $\overbar{abcde}$ (a, b, c,d, e là các chữ số và a khác 0). Theo đề bài ta có:
$\overbar{abcde} $= 45\*a\*b\*c\*d\*e
$\overbar{abcde} $ = 5\*9\*a\*b\*c\*d\*e
$\overbar{abcde}$ chia hết cho 5 nên e = 0 (loại) hoăc e = 5. Dễ thấy e = 5. Số abcd5 là số lẻ nên a, b,c, d, e đầu là các chữ số lẻ.
$\overbar{abcd5}$ = 5\*9\*a\*b\*c\*d\*5
$\overbar{abcd5}$ = 25\*9\*a\*b\*c\*d
Do đó, $\overbar{abcd5}$ chia hết cho 25. Mà$\overbar{ abcd5}$ = abc\*100 + d5. d5 chia hết cho 25 và d lẻ => d = 7.
Ta có $\overbar{abcde}$ = $\overbar{abc75}$ chia hết cho 9 nên a + b + c + 7 + 5 = a + b + c + 12 chia hết cho 9. Mà 2 < a + b + c < 28.
Do đó: a + b + c = 6; 15 hoặc 24
Vì a, b, c lẻ nên a + b + c lẻ = > a + b + c = 15
Mà 15 = 1 + 5 + 9 = 1 + 7 + 7 = 3 + 3 + 9 = 3 + 5 + 7 = 5 + 5 + 5
Vì ta có 45\*a\*b\*c\*7\*5 < 100000
nên a\*b\*c < 64.  Do đó ta chỉ còn xét hai trường hợp, ba chữ số a, b, c có tổng là 1 + 5 + 9 và 1 + 7 + 7.
Thử chọn thấy 77175 là thích hợp.
Đ/S: 77175.

* Tìm số $\overbar{abcd}$, biết rằng số đó chia hết cho tích các số $\overbar{ab}$ và $\overbar{cd}$.

Ta có: $\overbar{abcd}$ = $\overbar{ab00}$ + $\overbar{cd}$ = 100.$\overbar{ab}$ + $\overbar{cd}$ chia hết cho $\overbar{ab}$.$\overbar{cd}$

=> $\overbar{cd}$ chia hết cho $\overbar{ab}$. Đặt $\overbar{cd}$ = k.$\overbar{ab}$ (1 ≤ k ≤ 9)

có $\overbar{ab}$.100 + k.$\overbar{ab}$ chia hết cho $\overbar{ab}$ .$\overbar{cd}$ = $\overbar{ab}$ .k.$\overbar{ab}$
=> 100 + k chia hết cho k.$\overbar{ab}$ (1) => 100 chia hết cho k
=> k = {1, 2, 4, 5}
+ k = 1; $\overbar{cd}$ = $\overbar{ab}$; từ (1) => 101 chia hết cho $\overbar{ab}$ vô lí vì 101 nguyên tố
+ k = 2; $\overbar{cd}$ = 2.$\overbar{ab}$, từ (1) => 102 chia hết cho 2.$\overbar{ab}$ => 51 chia hết cho $\overbar{ab}$
$\overbar{ab}$ không thể là 51 (vì nếu thế thì $\overbar{cd}$ = 102 vô lí) => $\overbar{ab}$ = 17 => $\overbar{cd}$ = 34
Số cần tìm là 1734 (dễ kiểm tra 1734 : (17.34) = 3)

+ k = 4; $\overbar{cd}$ = 4.$\overbar{ab}$ => 104 chia hết cho 4.$\overbar{ab}$ => 26 chia hết cho $\overbar{ab}$ => $\overbar{ab}$ = 13,$\overbar{cd}$ = 52 (nhận) hoặc $\overbar{ab}$ = 26, $\overbar{cd}$ = 104 (loại)
+ k = 5; $\overbar{cd}$ = 5.$\overbar{ab}$, từ (1) => 105 chia hết cho 5.$\overbar{ab}$ => 21 chia hết cho $\overbar{ab}$
=> $\overbar{ab}$ = 21 => $\overbar{cd}$ = 105 vô lí

Vậy có hai cặp số thỏa mãn yêu cầu là: 1734 và 1352

* $\overbar{\*63\*}$ chia hết cho cả 2,3,5,9

$\overbar{\*63\*}$ chia hết cho 2 và 5 => $\overbar{\*63\*}$ = $\overbar{\*630}$ .

Vì $\overbar{\*63\*}$ chia hết cho 9 nên tổng các số phải chia hết cho 9

* + - \* + 6 + 3 + 0 = \* + 9 chia hết cho 9
		- \* = 0 (loại) hoặc \* = 9.

Số chia hết cho 9 thì sẽ chia hết cho 3. Vậy số cần tìm là: 9630

* Tìm tất cả các số có 5 chữ số dạng: $\overbar{34x5y}$ mà chia hết cho 36.

Ta có: 36 = 9.4 mà ƯC(4;9) = 1

Vậy để $\overbar{34x5y}$ chia hết cho 36 thì $\overbar{34x5y}$ chia hết cho 4 và 9

$\overbar{34x5y}$ chia hết cho 9 ⬄ 3+4+x+5+y $\vdots $9 ⬄ 12 + x + y $\vdots 9$ (1)

$\overbar{34x5y}$ chia hết cho 4 ⬄ $\overbar{5y}$ chia hết cho 4 => y = 2 hoặc y = 6

Với y = 2 thay vào (1) => 14 + x $\vdots 9$ => x = 4

Với y = 6 thay vào (1) => 18 + x $\vdots 9$ => x = 0 hoặc x = 9

Vậy các cặp (x, y) cần tìm là: (4; 2), (0; 6), (9; 6).

1. **DẠNG 3: BÀI TOÁN ĐẾM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN**
* Từ 1 đến 100 có bao nhiêu số chia hết cho 2, bao nhiêu số chia hết cho 5?

Các số chia hết cho 2 từ 1 đến 100 là: 2; 4; 6; 8; …; 100

* + - Số các số chia hết cho 2 từ 1 đến 100 là

 (100 – 2) : 2 + 1= 50 (số)

 Các số chia hết cho 5 từ 1 đến 100 là: 5; 10; 15; …; 100

* + - Số các số chia hết cho 5 từ 1 đến 100 là

 (100 – 5) : 5 + 1= 20 (số)

* Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia cho 5 và dư 3?

Số chia cho 5 và dư 3 nhỏ hơn 100 là: 3; 8; 13; 18; …; 98

 Vậy có: $\frac{(98-3)}{5}$ +1= 19 + 1 = 20 số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia cho 5 và dư 3

* Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 3?

Các số tự nhiên chia hết cho 3 và có 3 chữ số là: 102; 105; 108; …; 999

Vậy có: $\frac{(999-102)}{3}$ + 1 = 299+1 = 300 số tự nhiên chia hết cho 3 và có 3 chữ số.

* Trong các số tự nhiên nhỏ hơn 1000, có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5?

Các số tự nhiên chia hết cho cả 2 và 5 là: 0; 2; 4 ; 6; 8; …; 998; 1000

Các số tự nhiên chẵn chia hết cho 5 là: 0; 10; 20;…;990;1000

Vậy có: [ $\frac{(1000-0)}{2}$ + 1] -[ $\frac{(1000-0)}{10}$ + 1 ] = 501 – 101 = 400 số tự nhiên nhỏ hơn 1000 chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.