**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10**

**TỈNH AN GIANG** **Năm học: 2021 - 2022**

**Môn thi: TOÁN - CHUYÊN**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

*Thời gian làm bài: 150 phút*

(*Không kể thời gian phát đề*)

**Bài 1. (3,0 điểm)**

a) Rút gọn .

b) Giải phương trình .

c) Biết nghiệm của phương trình  là nghiệm của phương trình . Tìm các số .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

a) Vẽ đồ thị  của hàm số .

b) Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm  và tiếp xúc với .

**Bài 3. (1,0 điểm)**

Cho hai số  phân biệt thỏa mãn , với  là một số thực dương. Chứng minh rằng: .

**Bài 4. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  () nội tiếp trong đường tròn  đường kính . Gọi  là một điểm thuộc đoạn ( khác  và ). Qua  kẻ đường vuông góc với  cắt  tại  và  kéo dài tại . Gọi  là điểm đối xứng của  qua điểm .

a) Chứng minh rằng các tứ giác  và  nội tiếp.

b) Chứng minh .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác  đều có diện tích . Gọi  là ba điểm lần lượt nằm trên ba cạnh  sao cho . Chứng tỏ rằng tam giác  đều và tính diện tích tam giác .



**Bài 6. (1,0 điểm)**

Hai ngọn nến hình trụ có chiều cao và đường kính khác nhau được đặt thẳng đứng trên mặt bàn. Ngọn nến thứ nhất cháy hết trong 6 giờ, ngọn nến thứ hai cháy hết trong 8 giờ. Hai ngọn nến được thắp sáng cùng lúc, sau 3 giờ chúng có cùng chiều cao.

a) Tìm tỉ lệ chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến.

b) Biết tổng chiều cao của hai ngọn nến là 63 cm. Tính chiều cao của mỗi ngọn nến.

**= = = = = = = = = = = = = = = = = = = Hết = = = = = = = = = = = = = = = = = = =**

**Hướng dẫn giải:**

**Bài 1. (3,0 điểm)**

a) Rút gọn .

b) Giải phương trình .

c) Biết nghiệm của phương trình  là nghiệm của phương trình . Tìm các số .

**Lời giải**

a) Rút gọn





.

Vậy .

b) Giải phương trình .



 phương trình có hai nghiệm phân biệt.

; .

Vậy phương trình có tập nghiệm là .

c) Biết nghiệm của phương trình  là nghiệm của phương trình . Tìm các số .

Xét phương trình , có hai nghiệm là  nên ta có:



.

Vậy  là các giá trị cần tìm.

**Bài 2. (2,0 điểm)**

a) Vẽ đồ thị  của hàm số .

b) Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm  và tiếp xúc với .

**Lời giải**

a) Vẽ đồ thị hàm số , ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|  | -4 | -1 | 0 | -1 | -1 |

Vậy đồ thị hàm số  là Pa-ra-bol đi qua  và nhận  làm trục đối xứng.



b) Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm  và tiếp xúc với .

Giả sử phương trình đường thẳng  có dạng .

 đi qua  nên ta có  có dạng .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và :

 (1).

Để  và  tiếp xúc nhau thì (1) có nghiệm kép .

Vậy ta có hai đường thẳng  thỏa mãn là  và .

**Bài 3. (1,0 điểm)**

Cho hai số  phân biệt thỏa mãn , với  là một số thực dương. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

Theo bài ra ta có 





.

Với  loại do  phân biệt.

Với .

Thay  vào ta được .

Vậy .

**Bài 4. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  () nội tiếp trong đường tròn  đường kính . Gọi  là một điểm thuộc đoạn ( khác  và ). Qua  kẻ đường vuông góc với  cắt  tại  và  kéo dài tại . Gọi  là điểm đối xứng của  qua điểm .

a) Chứng minh rằng các tứ giác  và  nội tiếp.

b) Chứng minh .

**Lời giải**



**a) Chứng minh rằng các tứ giác  và  nội tiếp.**

Ta có  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  (kề bù với );  ()  tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính .

 (hai góc nội tiếp cùng chắn ).

Lại có  là điểm đối xứng của  qua điểm  nên  là trung điểm của  có  vừa là trung tuyến, vừa là đường cao nên cân tại  tứ giác  có góc ngoài đỉnh  bằng góc trong đỉnh  nên là tứ giác nội tiếp.

**b) Chứng minh .**

Xét  và  có:

 (hai góc nội tiếp cùng chắn );



.

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác  đều có diện tích . Gọi  là ba điểm lần lượt nằm trên ba cạnh  sao cho . Chứng tỏ rằng tam giác  đều và tính diện tích tam giác .

**Lời giải**



Trong  vuông tại , ta có ; mà  ;

Trong  vuông tại , ta có ; mà  ;

 có  nên là tam giác đều.

Đặt  vì  đều nên .

Mặt khác  (cạnh huyền – góc nhọn) .

Trong tam giác  vuông tạ  ta có   .

.

Vậy .

**Bài 6. (1,0 điểm)**



Hai ngọn nến hình trụ có chiều cao và đường kính khác nhau được đặt thẳng đứng trên mặt bàn. Ngọn nến thứ nhất cháy hết trong 6 giờ, ngọn nến thứ hai cháy hết trong 8 giờ. Hai ngọn nến được thắp sáng cùng lúc, sau 3 giờ chúng có cùng chiều cao.

a) Tìm tỉ lệ chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến.

b) Biết tổng chiều cao của hai ngọn nến là 63 cm. Tính chiều cao của mỗi ngọn nến.

**Lời giải**

**a) Tìm tỉ lệ chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến.**

Gọi chiều cao ngọn nến thứ nhất là  cm, chiều cao ngọn nến thứ hai là  cm, ().

Giả sử tốc độ tiêu hao khi cháy của hai ngọn nến là không đổi.

Mỗi giờ cây nến thứ nhất giảm  chiều cao, cây nến thứ hai giảm  chiều cao.

Sau 3 giờ cây nến thứ nhất còn  chiều cao.

 Chiều cao của cây nến thứ nhất còn lại là .

Sau 3 giờ cây nến thứ hai còn  chiều cao.

 Chiều cao của cây nến thứ hai còn lại là .

Vì sau 3 giờ chiều cao của hai cây nến bằng nhau nên

.

Vậy tỉ lệ chiều cao ban đầu của ngọn nến thứ nhất so với ngọn nến thứ hai là .

**b) Biết tổng chiều cao của hai ngọn nến là 63 cm. Tính chiều cao của mỗi ngọn nến.**

Tổng chiều cao ngọn nến là 63 cm .

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

.

Vì .

Vậy ban đầu ngọn nến thứ nhất cao 35 cm, ngọn nến thứ hao cao 28 cm.

**= = = = = = = = = = = = = = = = = = = Hết = = = = = = = = = = = = = = = = = = =**

**TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYEN LÊ QUÝ ĐÔN TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU**

**ĐỀ THI MÔN : TOÁN (Chuyên)**

**Năm học: 2021-2022**

**Câu 1**  điếm).

a) Rút gon biểu thức  với .

b) Giadi phương trình 

c) Giai hế phương trinh .

**Câu 2** (2, 0 điểm).

a) Cho hai da thức  và . Biết rằng  có ba nghiệm phân biệt. Chưng minh  có hai nghiềm phân biệt.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  thơa mần phương trình .

**Câu 3** (1, 0 điểm). Xét các số thực  không âm, thòa măn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Câu 4** (3, 0 điểm). Cho tam giác  nhọn (  ). Một đường trơn đi qua  và khỏng đi qua  cat các cạnh  lần lượt tại  khác  khác  );  cảt  tại . Gọi  là trung điểm của  và  là điềm đối xứng với  qua .

a) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác  và .

b) Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên . Chửng minh  vuông góc với  và .

c) Gọi  lần lựt là trung điềm  và , Chứng minh ba điếm  thẳng hàng.

d) Đường thẳng  cát đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại  (  khade  ). Chưng minh  là tićp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**Câu 5**: (1 điểm) Cho tam giác ABC và điểm O thay đổi trong tam giác.Tia Ox song song với AB

cắt  tại , tia  song song vói  cắt  tai , tia  song song vói  cắt  tạ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**HƯỚNG DẪN**

**Câu 1 (3.0 điêm).**

a) Rút gọn biểu thức sau  với



b) Giải phương trình .

c) Giải hệ phương trình .









Điều kiện: . Đặi . Ta có phương trình 

 (nhận).

 Vơi  (thỏa).

\* Với  (thỏa).

(2)

Điềù kiện: 

(1): 

 nên 

 TH1:  thay vào (2) ta có phương trình

 (nhận)

\* TH2:  thay vào (2) ta có phương trình



Ta có , với mọi giá trị của  Dấu bằng xảy ra khi  (nhận) Vậy hệ phương trình có các nghiệm là .

**Câu 2 (2, 0 điểm).**

a) Cho hai đa thức  và . Biết rằng  có ba nghiệm phân biệt. Chứng minh  có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  ihỏa mãn phương trình 

a) Gọi  là ba nghiệm phân biệt của , ta có 



Đồng nhất hệ số của  ta có:



Vậy Q(x có hai nghiệm phân biệt

**Lưu y: hs sử dụng Viet vẫn cho điểm tối đa**

**b/**

**Ta có:** (xy-1)2=x2+y2



Giải hệ (1) ta được cặp nghiệm (0;1),(1;0)

Giải hệ (2) ta được cặp nghiệm (0;-1),(-1;0)

**Câu 3:**

Ta có : 

Khi a=b=thì S = . Vậy giá trị lớn nhất của S là.

Theo BĐT AM-GM:



Từ đó : Vậy giá trị nhỏ nhất của S là 1.

**Câu 4:(3 điểm)**

Chưa vẽ hình

Tứ giác BCFE nội tiếp nên ta có: ;

Mặt khác: BDCK là hình bình hành nên ; 

Do đó : ; 

Từ (1) và 

Gọi  là giao điểm của  và . Ta có:  (đồng vi) và 

(Do 

Xét  và  có: 

 hay 

b) Có  nội tiếp .

Mà 

Do đó:





 có  thuộc đường trung trực của 

c) Ta có  là đường trung bình của tam giác (4)

Từ (3) và (4) suy ra  là đường trung trực của  thẳng hàng. Từ (3) và Ta có  cân tại  nên  là đường kính của đường tròn ngoại

tiếp 

Mà 

 là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp .

**Câu  điểm)**. Cho tam giác  và điểm  thay đổi trong tam giác. Tia  song song với  cắt  tại , tia  song song với  cắt  tại , tia  song song với  cắt  tại . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

Kẻ  

Ta có: (2); (3)

Từ 

Theo bất đẳng thức AM-GM:





Đẳng thức xảy ra khi  là trọng tâm . Vậy giá trị nhỏ nhất của  là 27 .

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**

**BẾN TRE TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CÔNG LẬP**

**NĂM HỌC 2021 – 2022**

**ĐỀ CHÍNH THỨC Môn: TOÁN (chuyên)**

**Thời gian: 150 phút (không kể phát đề)**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  nghịch biến trên .
2. Cho Parabol  và đường thẳng . Biết  cắt  tại hai điểm phân biệt ,  với . Tính .
3. Rút gọn biểu thức  (với ).

**Câu 2. (1,0 điểm)**

Cho phương trình:  (1), với  là tham số. Tìm  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt ;  thỏa .

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: .
2. Giải hệ phương trình: 
3. Giải phương trình: .

**Câu 4. (1,0 điểm)**

Cho ba số thực dương ,   thỏa . Chứng minh rằng:

.

**Câu 5. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  với (), có đường cao . Biết và .

1. Tính độ dài hai cạnh  và 
2. Kẻ ;  (với , ). Gọi  là trung điểm của . Chứng minh .

**Câu 6. (1,0 điểm)**

Cho tam giác  có đường phân giác ngoài của góc  cắt đường thẳng  tại điểm . Gọi  là trung điểm của . Đường tròn ngoại tiếp  cắt các đường thẳng ,  lần lượt tại  và  (với ,  khác ). Gọi  là trung điểm của . Chứng minh rằng //.

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  nghịch biến trên .
2. Cho Parabol  và đường thẳng . Biết  cắt  tại hai điểm phân biệt ,  với . Tính .
3. Rút gọn biểu thức  (với ).

***Lời giải***

1. Hàm số  nghịch biến trên  .

Vậy  thì hàm số đã cho nghịch biến trên .

1. Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và , ta có:



Có: 

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

 và 

Với , ta có , suy ra .

Với , ta có , suy ra .

Khi đó, ta có:

.

Vậy .



Vậy .

**Câu 2. (1,0 điểm)**

Cho phương trình:  (1), với  là tham số. Tìm  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt ;  thỏa .

***Lời giải***

Ta có: 

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi



Vậy với  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Theo đề bài ta có:  (2), với điều kiện 

Do đó, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn  và , nghĩa là

 (\*)

Áp dụng định lý Vi-et, ta có: 

Ta có:



Từ đó, ta suy ra



Từ phương trình (2), ta được

 (3)

Giải phương trình (3) với điều kiện:  (\*\*)



Ta có: 

Vậy phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt:

 và 

So với điều kiện (\*) và (\*\*) thì .

Vậy không tồn tại giá trị của  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: .
2. Giải hệ phương trình: 
3. Giải phương trình: .

***Lời giải***

1. Ta có:



Vì đây là phương trình nghiệm nguyên nên ta có:







Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: .

1. Ta có:



Mặt khác, , nghĩa là .

Do đó, từ hệ phương trình ban đầu đề cho, ta giải hệ phương trình sau:



Vậy hệ có tập nghiệm là 

1. Giải phương trình (\*): .

Điều kiện xác định: .

Ta đặt 

Ta thấy 

Phương trình (\*) trở thành:



Vì  nên ta chỉ giải phương trình (2)



TH1: Với , ta có



So với điều kiện thì (Nhận).

TH2: Với , ta có



So với điều kiện thì (Nhận) và  (Nhận).

Vậy tập nghiệm của phương trình là .

**Câu 4. (1,0 điểm)**

Cho ba số thực dương ,   thỏa . Chứng minh rằng:

.

***Lời giải***

Ta đặt , ta có



Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta được



Tiếp tục áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta được



Dấu “” xảy ra khi và chỉ khi .

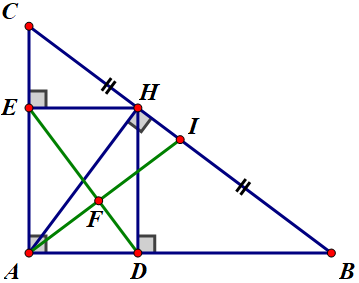
Vậy khi  thì  (đpcm).

**Câu 5. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  với (), có đường cao . Biết và .

1. Tính độ dài hai cạnh  và 
2. Kẻ ;  (với , ). Gọi  là trung điểm của . Chứng minh .

***Lời giải***



1. *Tính độ dài hai cạnh*  *và* 

Áp dụng hệ thức lượng và định lý Pytago cho  vuông tại , ta có:



Khi đó,  và  là các nghiệm dương của phương trình.

Áp dụng hệ quả của định lý Vi-et, ta được



Ta có:  nên phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt:

 và 

Theo giả thiết, , nên ta được:



Vậy  và .

1. *Chứng minh .*

Gọi  là giao điểm của  và .

Xét tứ giác , ta có: 

 Tứ giác  là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)

 Tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung )

Mà  (cùng phụ với )

 (1)

Xét  vuông tại  có  là trung điểm của 

 (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông)

 cân tại  (2)

Từ (1) và (2), ta suy ra:  ( vuông tại )

Áp dụng định lý tổng 3 góc trong , ta có:

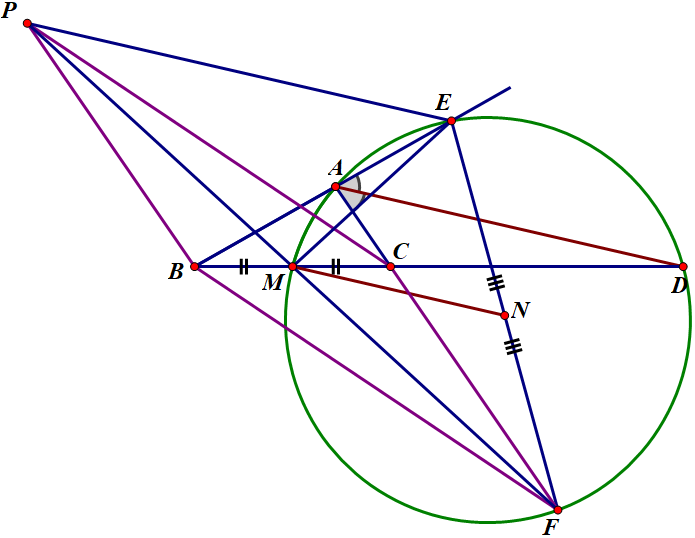


Do đó,  (đpcm)

**Câu 6. (1,0 điểm)**

Cho tam giác  có đường phân giác ngoài của góc  cắt đường thẳng  tại điểm . Gọi  là trung điểm của . Đường tròn ngoại tiếp  cắt các đường thẳng ,  lần lượt tại  và  (với ,  khác ). Gọi  là trung điểm của . Chứng minh rằng //.

***Lời giải***



Dựng hình bình hành .

 Hai đường chéo  và  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Mà  là trung điểm của  (gt)  cũng là trung điểm của .

Xét , ta có  là trung điểm của  (gt),  là trung điểm của  (cmt)

 là đường trung bình của  (1)

Ta có:  (cặp góc so le trong của ,  là hình bình hành)

Mà  (các góc nội tiếp cùng chắn cung )

, nghĩa là 

Xét tứ giác , ta có  (cmt)

 Tứ giác  nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung )

Mà  (đối đỉnh)

Mặt khác  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung )

, nghĩa là  (2)

Ta có:  là phân giác ngoài của  (gt)

Mà  (kề bù)

 là phân giác của  (3)

Từ (2) và (3), ta suy ra 

Mà 2 góc nằm ở vị trí so le trong nên  (4)

Từ (1) và (4), ta suy ra  (đpcm)

**SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021-2022**

**BÌNH ĐỊNH**

**Đề chính thức** Môn thi: **Toán**

Ngày thi: **11/6/2021** Thời gian làm bài:  **120’**

**Bài 1:** *(2 điểm).*

1.Cho biểu thức  Với x>0;x  1

a) Rút gọn biểu thức P  b) Tìm giá trị của P khi 

2. Giải hệ phương trình: 

**Bài 2:** *(2 điểm)*

*1.* Cho phương trình x2-(m+3)x-2m2+3m=0 (m là tham số). Hãy tìm giá trị của m để x=3 là nghiệm của PT và xác định nghiệm còn lại của PT ( nếu có)

2. Cho Parabol (P): y=x2 và đường thẳng (d) : y= (2m+1)x-2m (m là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B sao cho: y1+y2 -x1 x2=1

**Bài 3:** *(2,0 điểm)*

Một xe máy khởi hành tại địa điểm A đi đến địa điểm B cách A 160 km, sau đó 1 giờ, một ô tô đi từ B đên A. Hai xe gặp nhau tại địa điểm C cách B 72 km. Biết vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 20km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

**Bài 4:** *(4,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là trung điểm của BC, đường thảng OM cắt cung nhỏ BC tại D, cắt cung lớn BC tại E. Gọi F là chân đường vuông góc hạ từ E xuống AB; H là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AE

a) Chứng minh tứ giác BEHF nội tiếp.

b) Chứng minh 

c) Đường thẳng MF cắt AC tại Q. Đường thẳng EC cắt AD, AB lần lượt tại I và K. Chứng minh 

**Bài 5** *(1,0 điểm).*

Cho a,b, c là các số dương thỏa:  .

***HƯỚNG DẪN GIẢI***

**Bài 1:**

**1***.*

1. *Rút gọn biểu thức P* : ĐK: 



Vậy với 

1. *Tìm giá trị của P khi * :

với , ta có: **



Vậy ……….

**2.**  Vậy HPT có nghiệm duy nhất

**Bài 2:** *(2điểm)*

*1. Cho phương trình x2-(m+3)x-2m2+3m=0 (m là tham số). Hãy tìm giá trị của m để x=3 là nghiệm của PT và xác định nghiệm còn lại của PT ( nếu có*).

Vì x=3 là nghiệm của PT, nên: 

Khi đó theo hệ thức Vi-et, ta có: 

Vậy……….

*2.* *Cho Parabol (P): y=x2 và đường thẳng (d) : y= (2m+1)x-2m (m là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B sao cho: y1+y2 -x1 x2=1:*

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của pt:

x2=*(2m+1)x-2m*   x2- (2m+1)x+2m=0 (1)



(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A; B ⬄ PT (1) có 2 nghiệm phân biệt x1 x2 

Theo hệ thức Vi- ét, ta có:  mà y= x2, nên:



Vậy m=0 thỏa mãn yêu cầu .

**Bài 3:** *(2,0 điểm)*

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h)

ĐK: x > 0

Vận tốc của ô tô là : x+20 (km/h)

Quãng đường AC: 160-72=88 (km)

Thời gian xe máy đi từ A đến C là:  (giờ)

Thời gian ô tô đi từ B đến C là:  (giờ)

Vì ô tô khởi hành sau xe máy 1 giờ nên ta có pt: 

Vậy vận tốc của xe máy là 40 (km/h)

Vận tốc của ô tô là : 40+20 = 60(km/h)

**Bài 4:** *(4,0 điểm)*

a) *Chứng minh tứ giác BEHF nội tiếp*:

 Ta có:  => Tứ giác BKMI nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề H,F cùng nhìn BE dưới góc bằng nhau)

b)*Chứng minh *:

Ta có: MB=MC (gt) =>

* 3 điểm M;F;H cùng nằm trên đường tròn đường kính BE

=>5 điểm B;M;F;H;E cùng nằm trên đường tròn đường kính BE

=> ( góc nội tiếp cùng chắn cung MB) (1)

Và ( góc nội tiếp cùng chắn cung FH) (2)

Lại có: Cung BE= cung CAE

( Góc nội tiếp chắn hai cung băng nhau)

Mà  ( tam giác vuông)

Suy ra: (3)

Từ (1); (2) và (3) Suy ra: , mà hai góc này ở vị trí so le trong, nên: MF//BH ,mà  

c) *Chứng minh* 

Ta có: Cung DB= cung DC=> 

=> AI là đường phân giác trong của tam giác AKC

Mà ( Góc nội tiếp chắn nửa đtròn) 

=> AE là đường phân giác ngoài của tam giác AKC

Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có:

 hay (***đ.p.c.m***)

Xét tam giác AQF có AE là đường cao ( vì ),

AE cũng là đường phân giác (c.m.t) do đó tam giác AQF cân tại A:

Xét AQE và AQF, có: AQ=AF (Vì cân);  (AE là phân giác); AE chung

Suy ra: AQE = AQF (c.g.c)  ***(đ.p.c.m***)

**Bài 5** *(1,0 điểm).*  Cho a,b, c là các số dương thỏa: 

Vì a,b, c là các số dương, nên:



Tương tự: 

Nhân vế theo vế ba BĐT trên:



Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  **BÌNH ĐỊNH**  ***Đề chính thức*** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN**  Năm học: **2021 – 2022**  Môn: **TOÁN (*Chuyên Toán – Tin*)** – Ngày: **11/06/2021**  *Thời gian làm bài:* ***150 phút*** *(không kể thời gian phát đề)* |

**-------------------- oOo --------------------**

**Bài 1.** (*2.0 điểm*)

**1.** Cho biểu thức: .

Tính giá trị biểu thức  với , .

**2.** Cho các số thực  và  thỏa mãn .

Chứng minh rằng: .

**Bài 2.** (*2.5 điểm*)

**1.** Cho tập hợp  gồm  số tự nhiên khác nhau thỏa mãn tổng của  số bất kỳ lớn hơn tổng của  số còn lại. Biết các số  và  thuộc tập hợp . Tìm các số còn lại của tập hợp .

**2.** Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là số chính phương.

**Bài 3.** (*1.5 điểm*)

Giải hệ phương trình: .

**Bài 4.** (*3.0 điểm*)

Cho tam giác  nội tiếp đường tròn tâm ,  là điểm bất kì thuộc cạnh  ( khác  và ). Gọi ,  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại ,  (theo thứ tự , , , ). Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt  tại  (khác ). Các đường thẳng  và  cắt nhau tại .

a) Chứng minh  điểm , , ,  nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh .

c) Đường thẳng  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại  (khác ). Đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Chứng minh khi  di chuyển trên đoạn  thì tỉ số  không đổi.

**Bài 5.** (*1.0 điểm*)

Cho ,  là các số dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

.

---------- 🙡 **HẾT** 🙣 ----------

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO – CHUYÊN TOÁN TIN – BÌNH ĐỊNH 2021 – 2022**

**Bài 1.** (*2.0 điểm*)

**1.** Cho biểu thức: .

Tính giá trị biểu thức  với , .

**2.** Cho các số thực  và  thỏa mãn .

Chứng minh rằng:  .

**1.** Điều kiện: ;  và .

Ta có: .

Thay ,  vào biểu thức đã thu gọn, ta được:

.

Vậy  (với ;  và ) và  khi .

**2.** Ta có:     .

  (do  và )

   .

⦁ Với , suy ra: ; do đó  đúng.

⦁ Tương tự trong hai trường hợp còn lại là:  và  thì  cũng đúng.

Do đó bài toán được chứng minh.

**Bài 2.** (*2.5 điểm*)

**1.** Cho tập hợp  gồm  số tự nhiên khác nhau thỏa mãn tổng của  số bất kỳ lớn hơn tổng của  số còn lại. Biết các số  và  thuộc tập hợp . Tìm các số còn lại của tập hợp .

**2.** Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là số chính phương.

**1.** Giả sử  với  và .

Từ đề, suy ra:    .

Vì  nên  ;  ;  ;  .

Từ  và , suy ra:  mà  là số nhỏ nhất trong các số của tập hợp  nên  .

Từ  và , suy ra:  .

Từ  và  suy ra:  .

Ta có: .

  .

Vì  mà    .

Từ ,  và  suy ra .

**2.** Theo đề, đặt  (với ).

     .

Vì   ;  và .

Do đó ta có bảng sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  | thỏa | thỏa |

Vậy số cần tìm là: .

**Bài 3.** (*1.5 điểm*)

Giải hệ phương trình: .

Điều kiện: ; .

Ta có:     

  (do ).

  .

Thay  vào  ta được:

   .

⦁ Từ  suy ra  (thỏa), thay vào  suy ra    (thỏa).

⦁ Nhận thấy  với mọi ;   phương trình  vô nghiệm.

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: .

**Bài 4.** (*3.0 điểm*)

Cho tam giác  nội tiếp đường tròn tâm ,  là điểm bất kì thuộc cạnh  ( khác  và ). Gọi ,  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại ,  (theo thứ tự , , , ). Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt  tại  (khác ). Các đường thẳng  và  cắt nhau tại .

a) Chứng minh  điểm , , ,  nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh .

c) Đường thẳng  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại  (khác ). Đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Chứng minh khi  di chuyển trên đoạn  thì tỉ số  không đổi.

**a)** Vì tứ giác  nội tiếp   .

Vì tứ giác  nội tiếp   .

|  |  |
| --- | --- |
| Từ  và , suy ra: .  Lại có: ; .  Do đó: ; mà hai góc này cùng nhìn cạnh   tứ giác  nội tiếp hay  điểm , , ,  nằm trên  đường tròn.  **b)** Ta có: .  ⦁ Xét  và , ta có:  (cmt);  (cmt).  (g – g)   .  ⦁ Vì tứ giác  nội tiếp, suy ra:  .  Từ  và , suy ra: . |  |

**c)** ⦁ Trên  xác định điểm  sao cho .

Vì tứ giác  nội tiếp, nên .

Lại có ,  và  không đổi nên  là điểm cố định.

⦁ Dễ dàng chứng minh được  (g – g)   .

Dễ dàng chứng minh được  (g – g)   .

Từ  và  suy ra:    .

⦁ Ta có:  nên  hay    .

⮚ Từ  và  suy ra  mà  không đổi nên  không đổi.

**Bài 5.** (*1.0 điểm*)

Cho ,  là các số dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

.

Ta có: 

Theo đề     .

Do đó: 

.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi   .

Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng  khi .

**----------** 🙣 CHÚC CÁC EM HỌC TỐT 🙡 **----------**

ĐỀ THI TUYỂN SINH 10 CHUYÊN TOÁN TỈNH BÌNH DƯƠNG – 2021-2022

Câu 1 ( 2 điểm )

a/ rút gọn P= với x2

b/ cho x là số thực dương thỏa mãn: .

Tính giá trị của A=

Câu 2 ( 2điểm )

a/ với a,b,c là độ dài 3 cạnh của tam giác.

Chứng minh pt sau vô nghiệm: với x thuộc R

b/ giải pt:

Câu 3: (3 điểm )

a/ cho 3 số nguyên a,b,c thỏa . cm rằng ( a+b+c) có giá trị là lập phương của 1 số nguyên

b/ cho x,y,z >0 thỏa xy + yz +zx =1 . chứng minh : . Dấu “=” xảy ra khi nào ?

Câu 4: (3 điểm )

Cho hình thoi ABCD ( AC>BD). Gọi O là giao điểm của AC và BD. (O) nội tiếp hình thoi ABCD, tiếp xúc các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt tại E,F,G,H. Lấy K trên đoạn HA và L trên đoạn AE sao cho KL tiếp xúc (O)

a/ cm :

b/ đường tròn ngoại tiếp tam giác CFL cắt cạnh AB tại M ( khác L ), đường tròn ngoại tiếp tam giác CKG cắt cạnh AD tại N ( khác K ). Chứng minh K,L,M,N cùng thuộc đường tròn

c/ lấy P,Q tương ứng trên đoạn FC và GC sao cho LP//KQ. Chứng minh PQ tiếp xúc (O)

………………………………………………………………………..

**Hướng dẫn giải : TOÁN CHUYÊN TỈNH BÌNH DƯƠNG**

**NĂM HỌC 2021-2022**

Câu 1

a)

P==

Ta có x2 x-1 1 1

Do đó P= =

b)

Ta có ( = 7() (1)

Ta lại có: ()= ) (2)

( (3)

Từ (1), (2) và (3) Ta có:

= 7 [) () ] = 281

Ta lại có: =

Mà x là số nguyên dương nên Nên

Vậy = 843

Câu 2:

a)

Phương trình đã cho tương đương với

Phương trình trên có biệt số

b)

Đkxđ: .

Phương trình đã cho tương đương với

Đặt , . .

Phương trình trở thành

* TH1: (vô lý vì lúc này (vô nghiệm))
* TH2:

(vô nghiệm)

* TH3:

(nhận)

(nhận)

Vậy

Câu 3:

a)

Điều kiện để cho tương đương với

.

Vì và nên ta phải có , hay .

Điều này dẫn tới .

Ta có , là một số lập phương. Vậy ta có đpcm.

b)

Bất đẳng thức đề cho tương đương với

(1)

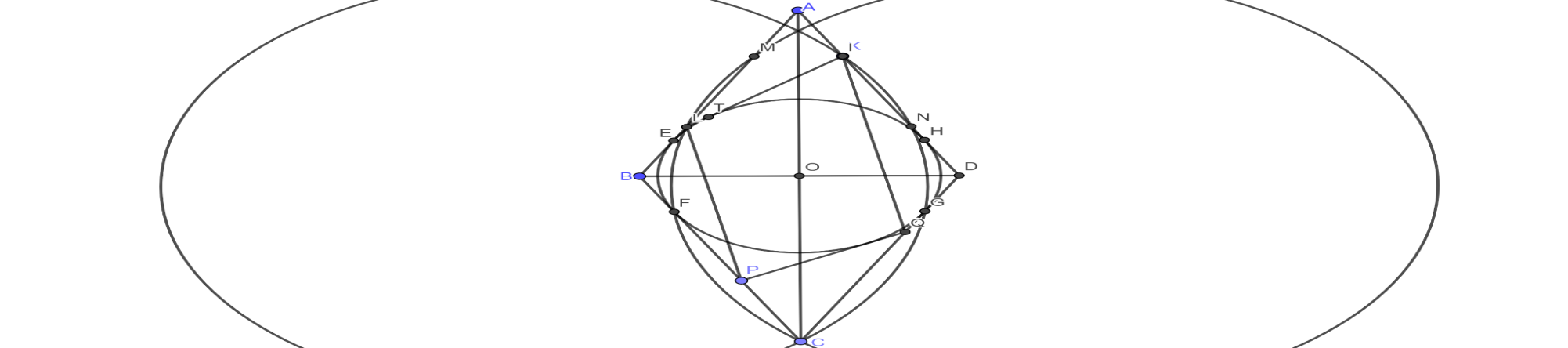
Theo bất đẳng thức Bunyakovsky dạng cộng mẫu, ta có

Vậy (1) đúng, ta có đpcm.

Dấu “” xảy ra

.

Câu 4



a)

KL

OK là phân giác

OL là phân giác = ½

Dễ dàng chứng minh OHAE là tứ giác nội tiếp

=

Do đó =

= (do ABCD là hình bình hành)

Xét và :

(1)

Do đó

Dễ thấy cân tại A

Xét và :

Do đó ( do ABCD là hình bình hành ) (2)

b)

Ta có: MLFC nội tiếp ( Hệ thức lượng ) (3)

= Mà chung nên

(4)

Từ (2) và (3) DK=BM

Lại có: OB=OD và

Do đó OM = OK và

Lại có AB = AC nên AM = AK MK // BC

(5)

Từ (1), (4) và (5) ta có: KMLO nội tiếp (w).

Chứng minh tương tự ta có: KMON nội tiếp (w)

Do đó K, M, L, N thuộc đường tròn (w).

c)

Dễ dàng chứng minh:

(6)

Từ (2) và (6)

Lại có:

Do đó

Vẽ tiếp tuyến PS của (O), ta cần chứng minh S Q

Tương tự như trên ta chứng minh được

Do đó DS = DQ S Q.

Vậy ta có đpcm.

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH PHƯỚC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM 2021**  **MÔN THI: TOÁN CHUYÊN** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC**  ***(Đề thi gồm có 01 trang)*** | **Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)***  **Ngày thi: 9/6/2021** |

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm  nguyên để  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình: 

**b)** Giải hệ phương trình: 

**Câu 3. (1,5 điểm)** Cho phương trình: , với  là tham số.

1. Tìm  để phương trình có  nghiệm trái dấu.
2. Tìm  để phương trình có  nghiệm  phân biệt thỏa mãn điều kiện:



**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn ,  là điểm chính giữa trên cung nhỏ  của đường tròn  là chân đường cao kẻ từ A của tam giác  Hai điểm  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên  và 

1. Chứng minh 
2. Lấy điểm  trên đoạn thẳng  sao cho . Chứng minh  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 
3. Đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm  ( nằm giữa ). Chứng minh 

**Câu 5. (1,0 điểm)**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 
2. Cho hai số tự nhiên thỏa mãn  Chứng minh rằng là số chính phương.

**Câu 6. (1,0 điểm)** Cho là các số dương. Chứng minh rằng:

1. 
2. 

**............HẾT...........**

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH PHƯỚC**  *(Hướng dẫn chấm gồm 07 trang)* | **HƯỚNG DẪN CHẤM KỲ THI TUYỂN SINH**  **LỚP 10 NĂM 2021**  **MÔN THI: TOÁN CHUYÊN** |

**Lưu ý: - *Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,125.***

* ***Học sinh giải cách khác với đáp án thì giám khảo xem xét, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1** | Cho biểu thức | **1,5** |
|  | **a)** Rút gọn biểu thức *A*. | **1,0** |
| ĐKXĐ: | **0,25** |
| Ta có | **0,5** |
| Vậy | **0,25** |
| **b)** Tìm  nguyên để  nhận giá trị nguyên | **0,5** |
| Ta có | **0,125** |
| Để  nhận giá trị nguyên thì  là ước của .  Hay .  Suy ra | **0,25** |
| Vậy có 2 giá trị  thì  nguyên. | **0,125** |
| **2** | **a)**  Giải phương trình:  **b)** Giải hệ phương trình: | **2,0** |
|  | **a)**  Giải phương trình: | **1,0** |
| ĐKXĐ: | **0,125** |
| Ta có  Pt | **0,25** |
|  | **0,5** |
| Kết hợp với điều kiện phương trình có nghiệm là . | **0,125** |
| **b)** Giải hệ phương trình: | **1,0** |
| Điều kiện: | **0,125** |
| Ta có phương trình (2) | **0,25** |
| Ta có phương trình (1) | **0,25** |
| * Với  thay vào (\*) ta có:   pt (thỏa mãn).   * Với  thay vào (\*) ta có:   (thỏa mãn). | **0,25** |
| Kết luận: Hệ có 2 nghiệm là:  và . | **0,125** |
| **3** | Cho phương trình: , với  là tham số.   1. Tìm  để phương trình có  nghiệm trái dấu. 2. Tìm  để phương trình có  nghiệm  phân biệt thỏa mãn điều kiện | **1,5** |
|  | 1. Tìm  để phương trình có  nghiệm trái dấu. | **0,75** |
| Để phương trình có 2 nghiệm trái dấu thì | **0,25** |
|  | **0,375** |
| Vậy  thì thỏa yêu cầu bài toán. | **0,125** |
|  | 1. Tìm  để phương trình có  nghiệm  phân biệt thỏa mãn điều kiện | **0,75** |
| Phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì | **0,125** |
| Theo định lý Vi-et ta có: | **0,125** |
| Theo đề ta có | **0,25** |
| * TH1:  (loại vì ). * TH2: , kết hợp với (1) ta có hệ:   Thay  tìm được vào (2) ta có:    Kết hợp với điều kiện ta có thì thỏa yêu cầu bài toán. | **0,25** |
| **4** | Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn ,  là điểm chính giữa trên cung nhỏ  của đường tròn   là chân đường cao vẽ từ A của tam giác  Hai điểm  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên  và .   1. Chứng minh . 2. Lấy điểm  trên đoạn thẳng  sao cho . Chứng minh  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 3. Đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm  ( nằm giữa ). Chứng minh | **3,0** |
|  |  |  |
|  | 1. Chứng minh . | **1** |
|  | Xét hai tam giác  và , có:  +  chung  +  Suy ra hai tam giác  và  đồng dạng. | **0,5** |
| Suy ra | **0,5** |
|  | 1. Lấy điểm  trên đoạn thẳng  sao cho . Chứng minh  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác | **1,0** |
| Ta có  là điểm chính giữa trên cung nhỏ  nên  là đường phân giác trong của góc  của tam giác  (\*) | **0,25** |
| + Tam giác  cân tại  nên : . | **0,125** |
| + . | **0,25** |
| + Ta có | **0,125** |
| Từ (1), (2), (3) suy ra  hay  là phân giác trong của góc  của tam giác  Từ (\*) và (\*\*) suy ra  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác | **0,25** |
|  | 1. Đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm  ( nằm giữa ). Chứng minh | **1,0** |
| + Hai tam giác  và  đồng dạng.  Suy ra | **0.5** |
| + Chứng minh được hai tam giác  và  đồng dạng vì có góc  chung và  (cùng chắn 2 cung bằng nhau).  Suy ra  Mà  Từ (4) và (5) ta suy ra | **0,5** |
| **5** | 1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:      1. Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn  Chứng minh rằng  là số chính phương. | **1,0** |
|  | 1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: | **0,5** |
| Ta có | **0,125** |
| Vì  nên ta có 4 trường hợp xảy ra. | **0,125** |
| TH1:  (loại).  TH2:  (loại). | **0,125** |
| TH3:  (thỏa mãn)  TH4:  (thỏa mãn)  Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm  là  và | **0,125** |
| **b)** Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn  Chứng minh rằng  là số chính phương. | **0,5** |
| Ta có  Gọi  với  Suy ra | **0,25** |
| Vì  mà  nên | **0,125** |
| Do đó  Từ (\*) ta được  và  là số chính phương. Vậy  là số chính phương. | **0,125** |
| **6** | Cho  là các số dương. Chứng minh rằng: | **1,0** |
|  |  | **0,5** |
| Ta có | **0,25** |
| Theo BĐT Cauchy ta có | **0,25** |
| **b)** | **0,5** |
| Tương tự theo câu a) ta có :  Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có: | **0,125** |
| Ta có: | **0,125** |
| Tương tự ta có | **0,125** |
| Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có: | **0,125** |

**HẾT.**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **CÀ MAU** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2021 – 2022** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC**  (*Đề thi có hai 02 trang*) | **Môn thi: Toán (Chuyên)**  **Ngày thi: 11/6/2021**  **Thời gian: 150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* |

**Bài 1:** *(1,0 điểm)* Cho biểu thức:  (với 

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên

**Bài 2:** *(1,0 điểm)*

Giải phương trình:  (với  hoặc 

**Bài 3:** *(1,5 điểm)* Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc O*xy* cho parabol (P): 

1. Vẽ đồ thị (P).
2. Tìm tọa độ của những điểm nằm trên parabol (P) và cách đều hai trục tọa độ.

**Bài 4:** *(1,5 điểm)* Ngày 31/5/2021, Ủy ban Bầu cử của tỉnh A đã ban hành Nghị quyết công bố 51 đại biểu là nam và nữ trúng cử Hội đồng nhân dân tỉnh khóa X, nhiệm kỳ 2021-2026.

Người ta thống kê được rằng: tuổi trung bình của các đại biểu nam trúng cử là  tuổi; tuổi trung bình của các đại biểu nữ trúng cử là  tuổi và tuổi trung bình của 51 đại biểu trúng cử là tuổi. Tính số đại biểu trúng cử là nam; số đại biểu trúng cử là nữ của tỉnh A.

**Bài 5:** *(1,0 điểm)* Cho a, b là hai số thực dương sao cho 

Chứng minh rằng 

**Bài 6:** *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao *AM, BN, CP* cắt nhau tại *H*. Gọi I là điểm đối xứng của H qua BC.

1. Chứng minh tứ giác ABIC nội tiếp được đường tròn *(O).*
2. Gọi *K* là trung điểm của AB, chứng minh NK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp của tam giác *NHC.*
3. Biết BN cắt đường tròn (*O*) tại điểm thứ hai là E và CP cắt đường tròn (*O*) tại điểm thứ hai là *F*. Tính giá trị biểu thức 

**Bài 7:** *(1,0 điểm)* Tất cả học sinh lớp 9 của Trường trung học cơ sở Tân Tiến tham gia xếp hàng để đồng diễn thể dục; mỗi hàng đươc xếp không quá 25 học sinh. Nếu xếp mỗi hàng 16 học sinh thì còn thừa một học sinh; nếu bớt đi một hàng thì có thể chia đều tất cả các học sinh vào các hàng còn lại sao cho số học sinh ở mỗi hàng là bằng nhau. Hỏi Trường trung học cơ sở Tân Tiến có bao nhiêu ho5c sinh lớp 9?

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

**Bài 1:** *(1,0 điểm)*

a)



b) Với  ta có: 

Để A nguyên thì  suy ra 



Với , để A nguyên thì *x* = 4 hoặc *x* = 9

**Bài 2:** *(1,0 điểm)*





SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

THÀNH PHỐ CẦN THƠ NĂM HỌC 2021 – 2022

Khóa ngày 05 tháng 6 năm 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

*(Đề thi có 2 trang)* *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề*

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho biểu thức

với x > 1 và x 2.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tính giá trị của P khi .

**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = –2mx – 2m. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn .

**Câu 3. (2,0 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

1. .
2. .

**Câu 4. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0.
2. Lúc 7 giờ, anh Toàn điều khiển một xe gắn máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B. Khi đi được quãng đường, xe bị hỏng nên anh Toàn dừng lại để sửa chữa. Sau 30 phút sửa xe, anh Toàn tiếp tục điều khiển xe gắn máy đó đi đến thành phố B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc ban đầu 10 km/h. Lúc 10 giờ 54 phút, anh Toàn đến thành phố B. Biết rằng quãng đường từ thành phố A đến thành phố B là 160 km và vận tốc của xe trên mỗi đoạn đường không đổi. Hỏi anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc mấy giờ?

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho tam giác ABC (AB > BC > AC) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB tại điểm D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.

1. Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.
2. Đường thẳng DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại điểm H và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại điểm K. Chứng minh .
3. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB và CE. Chứng minh IA. IB = ID. IH.

**Câu 6. (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

**--------HẾT--------**

***Câu 1*. *(1,5 điểm)*** *Cho biểu thức*

*với x > 1 và x 2.*

1. *Rút gọn biểu thức P.*

Với x > 1 và x 2 ta có:

P = (x – 1)(x – 2) = x2 – 3x + 2

Vậy P = x2 – 3x + 2 với x > 1 và x 2.

1. *Tính giá trị của P khi .*

(do )

(do )

(thỏa điều kiện)

Thay vào P ta được

Vậy .

***Câu 2. (1,5 điểm)*** *Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = –2mx – 2m. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn .*

*Giải:*

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

x2 = –2mx – 2m x2 + 2mx + 2m = 0 (1)

Ta có: ∆’ = m2 – 2m.

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x1 và x2

∆’ > 0 m2 – 2m > 0 m. (m – 2) > 0

Theo định lý Vi-ét ta có:

Theo đề bài ta có:

(\*)

* Với m > 2 thì (\*) trở thành: 4m2 – 4m + 4m = 12 m2 = 3 (loại vì m2 > 4)
* Với m < 0 thì (\*) trở thành: 4m2 – 8m – 12 = 0 m2 – 2m – 3 = 0

Vậy với m = –1 thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn đề bài.

***Câu 3. (2,0 điểm)*** *Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:*

1. *.*

ĐKXĐ: x ≥ 0

(do )

x2 – 4x = 0 (thỏa điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {0; 4}

1. .

Lấy (1) – (2) ta được: x2 – y2 – 4x + 4 = 0 (x – 2)2 = y2

TH1: y = x – 2 thay vào (1) ta được: x2 – 8x – 4(x – 2) + 3 = 0 x2 – 12x + 11 = 0

* Với x = 1 thì y = 1 – 2 = –1
* Với x = 11 thì y = 11 – 2 = 9

TH2: –y = x – 2 thay vào (1) ta được: x2 – 8x + 4(x – 2) + 3 = 0 x2 – 4x – 5 = 0

* Với x = –1 thì y = 2 – (–1) = 3
* Với x = 5 thì y = 2 – 5 = –3

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm: S = {(1 ; –1) ; (11 ; 9) ; (–1 ; 3) ; (5 ; –3)}

***Câu 4. (2,0 điểm)***

1. *Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0.*

Ta có: x2 + 5y2 + 4xy + 4y + 2x – 3 = 0

(x2 + 4xy + 4y2) + y2 + 2(x + 2y) + 1 – 4 = 0

[(x + 2y)2 + 2(x + 2y) + 1] = 4

(x + 2y + 1)2 + y2 = 4

Vì x, y nên phương trình trên tương đương với

* Giải (I):

* Giải (II):

Vậy tập nghiệm nguyên của phương trình là: S = {(1; 0); (–3; 0); (–5; 2); (3; –2)}.

1. *Lúc 7 giờ, anh Toàn điều khiển một xe gắn máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B. Khi đi được quãng đường, xe bị hỏng nên anh Toàn dừng lại để sửa chữa. Sau 30 phút sửa xe, anh Toàn tiếp tục điều khiển xe gắn máy đó đi đến thành phố B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc ban đầu 10 km/h. Lúc 10 giờ 54 phút, anh Toàn đến thành phố B. Biết rằng quãng đường từ thành phố A đến thành phố B là 160 km và vận tốc của xe trên mỗi đoạn đường không đổi. Hỏi anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc mấy giờ?*

*Giải:*

Gọi vận tốc xe ban đầu là x (km/h) (x > 10).

Vận tốc sau khi sửa chữa xe là: x – 10 (km/h)

Quãng đường từ A đến đoạn đường bị hỏng xe là: (km)

Quãng đường còn lại là: 160 – 120 = 40 (km).

Thời gian đi từ A đến đoạn đường bị hỏng xe là: (h), thời gian đi từ lúc đã sửa xe đến B là (h)

Anh Toàn phải dừng lại sửa xe 30 phút = 0,5 h nên tổng thời gian đi từ A đến B là:

(h)

Vì lúc đi từ A là 7 giờ và đi đến B là 10 giờ 54 phút nên tổng thời gian đi từ A đến B (kể cả thời gian sửa xe là 3 giờ 54 phút = 3,9 (h)

Vậy ta có phương trình:

120(x – 10) + 40x = 3,4x. (x – 10)

3,4x2 – 194x + 1200 = 0 (1)

∆’ = 972 – 3,4. 1200 = 5329 = 732 > 0 nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

x1 = 50 (thỏa đk)

(không thỏa đk)

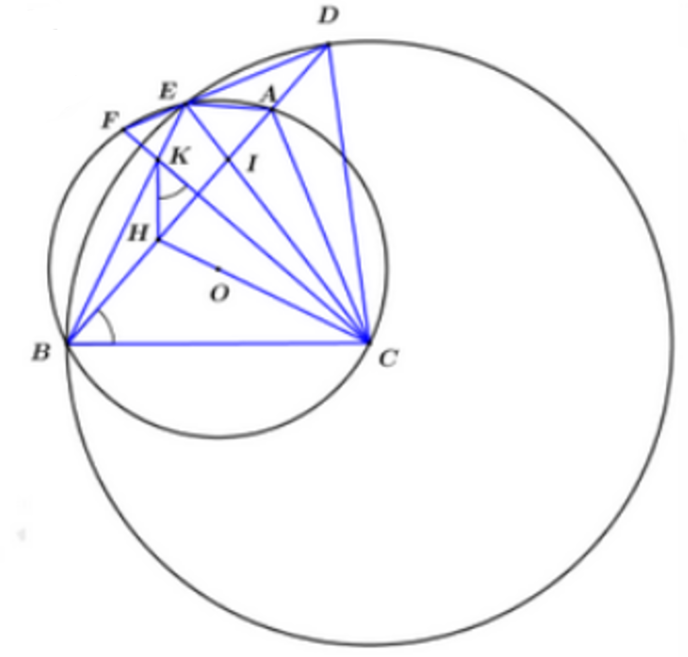
Suy ra vận tốc của xe đi từ A đến lúc bị hỏng xe là 50 km/h

Thời gian anh Toàn đi từ A đến lúc bị hỏng xe là = 2,4 (h)

Vậy anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc: 7 + 2,4 = 9,4 (h) = 9 giờ 24 phút

***Câu 5. (2,0 điểm)*** *Cho tam giác ABC (AB > BC > AC) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CB cắt đường thẳng AB tại điểm D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.*

1. *Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC.*



Xét (O): (2 góc nôi tiếp chắn cung AC)

∆CBD có CB = CD (bán kính (C)) ⇒∆CBD cân tại C ⇒

Suy ra

Mà ta có:

∆CED có CE = CD (bán kính (C)) ⇒∆CED cân tại C ⇒

Suy ra: nên ∆ADE cân tại A ⇒ AE = AD

Ta lại có: CE = CD (bán kính (C)) nên AC là trung trực của ED

Suy ra AC ⊥ ED

1. *Đường thẳng DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại điểm H và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại điểm K. Chứng minh rằng: .*

\*Ta có:

Mà = (2 góc nội tiếp chắn cung FA của (O))

Và (chứng minh câu a)

Nên = hay =

Do đó ∆FBD cân tại F ⇒ FB = FD

Mà CB = CD (bán kính (C))

Nên FC là trung trực của BD ⇒ FC ⊥ DB hay BH ⊥CK

\*Ta có: CE = CB (bán kính (C)) và OE = OB (bán kính (O))

Suy ra OC là trung trực của BE ⇒ OC ⊥BE hay CH ⊥BK

Xét ∆BCK:

CH ⊥BK (cmt)

BH ⊥CK (cmt)

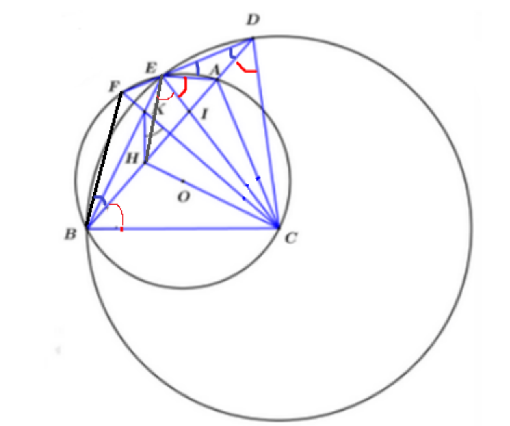
Suy ra H là trực tâm ∆BCK nên KH ⊥BC

⇒ 0

Mà BH ⊥CK (cmt) ⇒ 0

Nên (đpcm)

1. *Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB và CE. Chứng minh IA. IB = ID. IH.*

\*Xét ∆IAE và ∆IBC có:

= (2 góc nội tiếp chắn cung AC của (O))

(2 góc đối đỉnh)

⇒ ∆IAE ∽ ∆ICB (g – g)

⇒IE. IC = IB. IA

\* Ta có: B đối xứng E qua CO (OC là trung trực của BE)

⇒ (tính chất đối xứng)

Và: (∆CBD cân tại C)

Nên:

⇒ CDEH nội tiếp (2 đỉnh kề nhau E, D cùng nhìn cạnh CH dưới các góc bằng nhau)

=

Xét ∆IED và ∆IHC có:

= (cmt)

(2 góc đối đỉnh)

⇒ ∆IED ∽ ∆IHC (g – g)

⇒IE. IC = ID. IH

Mà IE. IC = IB. IA (cmt)

Vậy IB. IA = ID. IH (đpcm)

***Câu 6. (1,0 điểm)*** *Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng*

Áp dụng Bất dẳng thức phụ . Dấu “=” xảy ra khi , a, b, c > 0

*Chứng minh BĐT phụ:*

Áp dụng BĐT B.C.S cho hai bộ số và ta có:

Khi đó ta có:

(BĐT Cauchy)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x = y = z = 2

**ĐỀ THI VÀO 10 CHUYÊN TOÁN - THPT CHUYÊN NGUYỄN DU – 2021 – 2022**

**Câu 1.** Cho phương trình  với  là tham số. Tìm tất cả giá trị của  để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 2.**

**1)** Giải phương trình 

**2)** Giải hệ phương trình 

**Câu 3.**

**1)** Tìm tất cả các số tự nhiên  và  để  là số nguyên tố.

**2)** Tìm tất cả các số nguyên dương  thỏa mãn 

**Câu 4.** Cho ba số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: .

**Câu 5.** Cho nửa đường tròn  đường kính . Lấy điểm  tùy ý trên nửa đường tròn đó ( khác  và ). Gọi  lần lượt là điểm chính giữa của cung  và cung . Hai đường thẳng  và  cắt nhau tại . Hai dây cung  và  cắt nhau tại .

**1)** Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

**2)** Gọi  là trung điểm . Chứng minh  là tiếp tuyến của nửa đường tròn .

**3)** Chứng minh rằng khi  di động trên nửa đường tròn  thì đường thẳng  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

**4)** Trên nửa đường tròn  không chứa  lấy một điểm  tùy ý ( khác  và ). Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên . Tìm vị trí của  để tổng  đạt giá trị nhỏ nhất.

1. Cho phương trình  với  là tham số. Tìm tất cả giá trị của  để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

Đặt , . Phương trình trở thành: 

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt .

Ta được 

Giả sử 

Khi đó, đặt ; ; .

Ta có



Dấu bằng xảy ra khi  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá trị nhỏ nhất của  là , đạt khi .

1) Giải phương trình 

2) Giải hệ phương trình 

**Lời giải**

**1)** Điều kiện: 





Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

**2)** 



Thay vào phương trình , ta được



Vậy hệ có nghiệm .

**1)** Tìm tất cả các số tự nhiên  và  để  là số nguyên tố.

**2)** Tìm tất cả các số nguyên dương  thỏa mãn 

**Lời giải**



 là số nguyên tố

Thử lại , thỏa mãn yêu cầu.

2) 





Nhận xét: .



Vậy phương trình có nghiệm: 

1. Cho ba số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: .

**Lời giải**

Ta có 











Dấu bằng xảy ra khi 

1. Cho nửa đường tròn  đường kính . Lấy điểm  tùy ý trên nửa đường tròn đó ( khác  và ). Gọi  lần lượt là điểm chính giữa của cung  và cung . Hai đường thẳng  và  cắt nhau tại . Hai dây cung  và  cắt nhau tại .

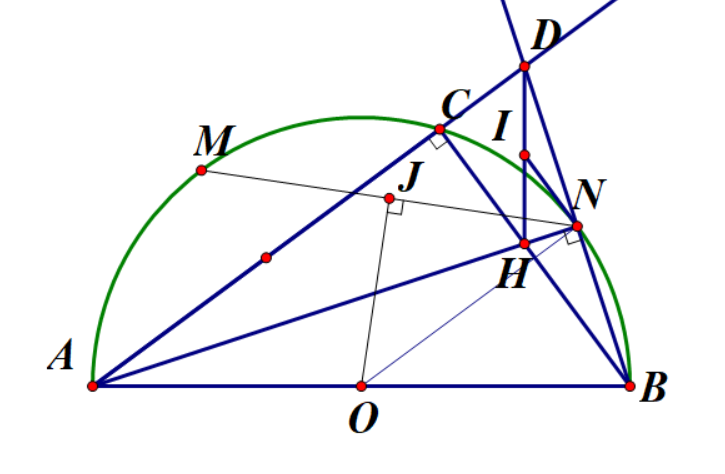
**1)** Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

**2)** Gọi  là trung điểm . Chứng minh  là tiếp tuyến của nửa đường tròn .

**3)** Chứng minh rằng khi  di động trên nửa đường tròn  thì đường thẳng  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

**4)** Trên nửa đường tròn  không chứa  lấy một điểm  tùy ý ( khác  và ). Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên . Tìm vị trí của  để tổng  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**



**1)** Có ; 

  tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

**2)** Tam giác  vuông tại  có  là trung tuyến ứng với cạnh huyền. Ta được .

Tứ giác  nội tiếp nên 

Tứ giác  nội tiếp nên 

Tam giác  cân tại  nên 

Suy ra . Vậy  là tiếp tuyến của nửa đường tròn .

**3)** Ta có  là tia phân giác góc ,  là tia phân giác góc . Hai góc này kề bù, suy ra .

Tam giác  vuông cân tại . Gọi  là trung điểm , ta có ; 

Suy ra  luôn tiếp xúc với đường tròn tâm , bán kính .

**4)**



Có 





Ta được 





Dấu bằng xảy ra khi  là điểm chính giữa cung  không chứa .