|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT QUẢNG NAM | **ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN LỚP 10**  Năm học 2022 - 2023 |
|  | *(Thời gian làm bài 180 phút)* |
|  |

**Câu 1:** (5 điểm)

Giải phương trình sau : 

**Câu 2:** (3 điểm)

Cho Parabol (P)  và họ đường thẳng  : y = (m – 2)x + 2 – 2m.

1. Tìm điều kiện của m để  cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
2. Khi  cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x, x. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn : 

**Câu 3 :** ( 3 điểm)

Cho a>0, b>0, c>0 và a + 2b + 3c . Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Câu 4 :** ( 2 điểm)

Giải hệ phương trình : 

**Câu 5 :** ( 3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba cạnh là a, b,c. Chứng minh rằng:  .

**Câu 6 :** ( 4 điểm) :

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  cân tại  có phương trình hai cạnh là , điểm  thuộc đoạn thẳng . Tìm tọa độ điểm H sao cho  có giá trị nhỏ nhất.

…………………Hết…………………

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT QUẢNG NAM | **ĐÁP ÁN THI OLYMPIC TOÁN LỚP 10**  Năm học 2016-2017 |
|  | *(Thời gian làm bài 180 phút)* |
|  |

**Câu 1:** (5 điểm)

Giải phương trình sau trên tập số thực: .

|  |  |
| --- | --- |
| Phương trình đã cho tương đương:  (\*)  Đặt | 1,0 |
| Phương trình (\*) trở thành hệ đối xứng: | 1,5 |
| Đặt  Phương trình (2) trở thành:  (2’)  Xem đây là phương trình bậc hai theo ẩn u.  .  Phương trình (2’) vô nghiệm  Phương trình (2) vô nghiệm. | 1,5 |
| +) Với a = x thế vào (1):    Vậy phương trình có nghiệm . | 1,0 |

**Câu 2:** (3 điểm)

Cho Parabol (P)  và họ đường thẳng  : y = (m – 2)x + 2 – 2m.

1. Tìm điều kiện của m để  cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

|  |  |
| --- | --- |
| Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và :  (1)  Theo đề: (1) có 2 nghiệm phân biệt > 0  (\*) | 1,0 |

1. Khi (dm) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x, x. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn : 

|  |  |
| --- | --- |
| Phương trình (1) có 2 nghiệm x, x nên x+ x=m+3 và x. x = 2+2m.  Theo đề : | 1,0 |
| Kết hợp với (\*) ta được : | 1,0 |

**Câu 3 :** ( 3 điểm)

Cho a>0, b>0, c>0 và a + 2b + 3c . Tìm giá trị nhỏ nhất của .

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có: | 1,0 |
|  | 0,5 |
| Áp dụng giả thiết và bất đẳng thức Côsi ta được: | 1,0 |
| , dấu = xảy ra khi a = 2, b = 3, c = 4 | 0,5 |

**Câu 4 :** ( 2 điểm) . Giải hệ phương trình :

|  |  |
| --- | --- |
| Điều kiện:  Đặt | 0,25  0.5 |
| Hệ trở thành  (vì  loại) | 0.5 |
| thay vào   (không thỏa mãn) | 0.5 |
| Vậy hệ có một nghiệm | 0.25 |

**Câu 5 :** ( 3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba cạnh là a, b,c. Chứng minh rằng:  .

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có | 1,0 |
|  | 1,5 |
|  | 0,5 |

[**Câu 6:**](file:///C:\Users\Administrator.IFSF97OWTIGTOPU\Desktop\Olimpic\6.%20Đề%20đề%20nghị%20thi%20Olympic%202017\6.%20Đề%20đề%20nghị%20thi%20Olympic\nam%20hoc%202016-2017\Toan10\De%20cac%20mon%20(goc)\De_thi_khao_sat_khoi_10_09-10%20ST.doc) *(4 điểm)*

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  cân tại  có phương trình hai cạnh là , điểm  thuộc đoạn thẳng . Tìm tọa độ điểm  sao cho  có giá trị nhỏ nhất.

HDC

|  |  |
| --- | --- |
| **Tìm tọa độ điểm  sao cho  có giá trị nhỏ nhất** |  |
| - Phương trình các đường phân giác góc A là    - Do Δ cân tại  nên phân giác trong ()  của góc vuông góc với BC | 1,0 |
| - , khi đó  đi qua và có vtpt ;  ⇒Phương trình cạnh :  Tọa độ  :  Tọa độ   :  Khi đó  ;  ngược hướng ;  nằm hai phía () ( thỏa mãn) | 1,0 |
| - , khi đó  đi qua và có vtpt  ⇒Phương trình cạnh:  Tọa độ  :  Tọa độ  :  Khi đó  ;  cùng hướng (loại) | 1,0 |
| Với  ; . Đặt  . Dấu  Vậy  thì  nhỏ nhất bằng -32. | 1,0 |

**----------- Hết ------------**

SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG NAM **KÌ THI OLYMPIC**

**TRƯỜNG THPT NGUYỄN THÁI BÌNH MÔN: TOÁN 10- NĂM HỌC 2016-2017**

***Thời gian: 150’ (không kể thời gian phát đề)***

**Câu 1 *(4 điểm).*** Cho hàm số y = .

1. Vẽ đồ thị hàm số khi m = 0
2. Tìm m để  có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

**Câu 2 *(2 điểm).*** Giải phương trình sau: 

**Câu 3 *( 3 điểm).*** Giải hệ phương trình: 

**Câu 4 *( 4 điểm).*** Cho 3 số dương a, b,c thỏa .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức S = a+ b + c

**Câu 5 *( 3 điểm).*** Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Chứng minh điểm M thuộc đường tròn khi và chỉ khi  .

**Câu 6 *( 4 điểm).*** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A, B và AD = 2BC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường chéo BD và E là trung điểm của đoạn HD. Giả sử , phương trình đường thẳng  và . Tìm tọa độ các đỉnh A, B và D của hình thang ABCD.

***------------Hết-----------***

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

***Họ và tên thí sinh:…………………………………………; Số báo danh…………***

**TRƯỜNG THPT NGUYỄN THÁI BÌNH**

**TỔ TOÁN**

**ĐÁP ÁN KÌ THI OLYMPIC MÔN: TOÁN 10- NĂM HỌC 2022 - 2023**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| **1** | **1** | **2,0 điểm** |  |
|  |  | Tọa độ đỉnh, chiều lõm | **1,0** |
| Hình dạng | **1.0** |
| **1** | **2** | **2,0 điểm** |  |
|  |  | **Phương trình có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi** | **1.0** |
|  |  | **1.0** |
| **2** |  | **2,0 điểm.** Giải phương trình sau: |  |
|  |  | **Đk x  -1** | **0,5** |
|  | Phương trình tương đương ( | **0.5** |
|  |  | **0.5** |
|  | Giải được nghiệm x = 3; x **=** | **0.5** |
| **3** |  | ***( 3 điểm).*** Giải hệ phương trình: |  |
|  | | \* Thay x = 0 vào hệ ta thấy không thỏa hệ.  \* Với  hệ | **1,0** |
| Đặt  Hệ trở thành | **0.5** |
| Giải được | **0,5** |
| \* Với  Ta có | **0,5** |
| \* Với  ta có  Ta có | **0,5** |
| **4** | | **4 điểm.** Cho .  Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức S = a+ b + c |  |
| ; ; | **1,5** |
| Cộng vế theo vế ta được VT | **1,5** |
| S | **0,5** |
| GTLN của S bằng 3 khi a = b = c =1 | **0,5** |
|  | |
| **5** | | **3,0 điểm:** Chứng minh điểm M thuộc đường tròn khi và chỉ khi  . |  |
|  | | Ta có: | **0,5** |
|  | **1,5** |
| ++= 2BC2 = 6R2 | **0,5** |
|  | **1,0** |
| ( đpcm) |  |
| **6** | | **4,0 điểm** |  |
|  | | B  A  C  D  H  K  I  E |  |
| - Qua E dựng đường thẳng song song với AD cắt AH tại K và cắt AB tại I  Suy ra: +) K là trực tâm của tam giác ABE, nên BK AE.  +) K là trung điểm của AH nên KE song song AD và  hay KE song song và bằng BC | **0.5** |
| Do đó: CE: 2x - 8y + 27 = 0 | **1.0** |
| Mà , mặt khác E là trung điểm của HD nên | **0.5** |
| - Khi đó BD: y - 3 = 0, suy ra AH: x + 1 = 0 nên A(-1; 1). | **0.5** |
| - Suy ra AB: x - 2y +3=0. Do đó: B(3; 3). | **1.0** |
| KL: A(-1; 1), B(3; 3) và D(-2; 3) | **0.5** |
|  |  |

**Học sinh làm cách khác nếu đúng căn cứ thang điểm giáo viên cho điểm.**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KÌ THI OLYMPIC 24-3 LẦN THỨ 2 – TOÁN 10**  *Thời gian làm bài: 180ph, không kể thời gian giao đề* |
| **TRƯỜNG THPT NGUYỄN HIỀN** |  |

**Câu 1*(5,0đ)***

**a.** Giải bất phương trình: 

**b.** Giải hệ phương trình: 

**Câu 2*(4,0đ):***

1. Giả sử phương trình bậc 2 ẩn x(tham số m):  có 2 nghiệm  thỏa . Tìm GTLN,GTNN của P=
2. Cho hàm số y=f(x)=2(m-1)x+ . Tìm tất cả các giá trị của m để f(x)<0, 

**Câu 3(3*,0đ)*:**

1. Cho tam giác ABC. Gọi D,E lần lượt là các điểm thỏa 

Tìm vị trí điểm K trên AD sao cho B,K,E thẳng hàng.

1. Cho tam giác ABC có BC=a, CA=b, AB=c. Gọi I, p lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp, nửa chu vi của tam giác ABC. Chứng minh rằng:



**Câu 4(4*,0đ)***

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm lần lượt I(4;0), G(,). Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C của tam giác ABC. Biết đỉnh B nằm trên đường thẳng 2x+y-1=0; M(4;2) nằm trên đường cao kẻ từ đỉnh B của tam giác ABC.

**Câu 5(4*,0đ)*** Cho x,y,z đều là các số thực dương thỏa x+y+z=xyz

Chứng minh rằng, 

----------------------Hết-----------------------

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | | **KÌ THI OLYMPIC 24-3 LẦN THỨ 2 – TOÁN 10**  *Hướng dẫn chấm* | |
| **TRƯỜNG THPT NGUYỄN HIỀN** | |  | |
| Câu | Nội dung | | Điểm | |
| Câu1  5đ | 1. Giải bpt: (1) | | 2đ | |
| ĐK:  Đặt  BPT (1)    Mà do  và t 0 nên >0.  BPT tt: x-t-1 0 t2-2t-1 0  Lúc đó,   x  Vậy nghiệm của BPT là x | | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 | |
| 1. Giải hệ phương trình: (2) | | 3đ | |
| (2)  Đặt  lúc đó hệ trở thành:  Đặt S=u+v; P=uv;  Hệ trở thành:  Lúc đó,  Vậy nghiệm của hệ: | | 0.25  0.5  0.25  0.25x4  0.5  0.5 | |
| Câu 2  4đ | a. Giả sử phương trình bậc 2 ẩn x(tham số m):  có 2 nghiệm  thỏa . Tìm GTLN,GTNN của P= | | 3đ | |
| PT đã cho có 2 nghiệm phân biệt  thỏa      Định lí Viet    BBT    Dựa trên BBT, ta có MaxP=16 tại x=2; MinP=-144 tại x=-2 | | 0.25  0.5  0.5  0.25  0.5  0.5  0.5 | |
| 1. Cho hàm số y=f(x)=2(m-1)x+ . Tìm tất cả các giá trị của m để f(x)<0, | | 1đ | |
| , f(x)=2(m-1)x-m  f(x)<0, | | 0.25  0.5  0.25 | |
| Câu 3  3đ | Phần a.  Vì  (1)  Gỉả sử,  =  VÌ B,K,E thẳng hàng(B E) nên ta có m sao cho    Do đó ta có:  Từ đó, x= và m= . Vậy | | 1.5đ | |
| 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 | |
| Phần b    Gọi M,N,K lần lượt là các tiếp điểm của cạnh AC,AB,BC đối với đưởng tròn nội tiếp tam giác ABC.  Ta dễ dàng CM: AM=p-a    Nên  CM tương tự, ;  Lúc đó, VT= | | 1.5đ | |
| 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 | |
| Câu 4  4đ | Vẽ hình    Gọi B(a;1-2a); Gọi N là trung điểm AC suy ra  Ta có:  Mà  nên tồn tại k thuộc R sao cho    Pt đường AC: x+y-6=0(1)  Pt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm I(4;0), bán kính R=IB= là  (2)  Tọa độ A,C là nghiệm hệ gồm (1) và (2), giả ra ta được  Vậy A(3;3); B(1;-1); C(7;-1) hoặc C(3;3); B(1;-1); A(7;-1) | | 0.5  0.75  0.25  0.75  0.5  0.5  0.25  0.5 | |
| Câu 5  4đ | Giả thiết ta có:  Ta có:  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi y=z  Viết 2 bđt tương tự rồi cộng lại, ta được:  ; Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x=y=z  Ta sẽ CM:  Điều này luôn đúng  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi | | 0.5  1  0.5  0.25  0.75  0.25  0.25 | |

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NAM  TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRÃI | **ĐỀ THI OLYMPIC 24 – 3**  **Năm học 2016 – 2017**  **Môn thi: Toán – Lớp 10**  *(Thời gian làm bài: 150 phút*) |

**Câu 1: (3 điểm**)

a) Tìm tập xác định của hàm số 

b) Cho parabol (P): y = x2 + 3x – 4 và đường thẳng d: x – y – 3m = 0. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn [-2; 3]

**Câu 2: (5 điểm**)

a) Giải bất phương trình 

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 3: (3 điểm)**

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Câu 4**: **(2 điểm)**

Cho tam giác ABC cân ở A, H là trung điểm cạnh BC, D là hình chiếu vuông góc của H lên AC, M là trung điểm của đoạn HD. Chứng minh AMBD

**Câu 5**: **(4 điểm)**

a )Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC ta có:



trong đó p là nữa chu vi của tam giác ABC

b) Cho tam giác ABC vuông tại A, I là tiếp điểm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC với cạnh BC. Chứng minh diện tích của tam giác ABC bằng BI.CI

**Câu 6**: **(3.0 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I. Các điểm  lần lượt là trọng tâm của tam giác ABI và tam giác ADC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD, biết tung độ đỉnh A là số nguyên

…………………**Hết**…………………

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1a**  1,25 | Tìm tập xác định của hàm số |  |
| y có nghĩa    Kết luận TXĐ D = [-2; 2) | 0.5  0.5  0,25 |
| **1b**  1,75 | Cho parabol (P): y = x2 + 3x – 4 và đường thẳng d: x – y – 3m = 0. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn [-2; 3] |  |
| Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): x2 + 2x + 3m – 4 = 0 (\*)  (\*) cũng là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị 2 hàm số y = x2 + 2x – 4 và y = -3m  +Vẽ bảng biến thiên của hàm số y = x2 + 2x – 4 trên đoạn [-2; 3]  +Lập luận và dựa vào bảng biến thiên để có  Kết luận | 0.5  0,5  0,5  0,25 |
| **2a**  2,0 | Giải bất phương trình (1) |  |
| Điều kiện:  Khi đó (1)        Kết luận tập nghiệm | 0.25  0.25  0.5  0.5  0.25  0,25 |
| **2b**  3,0 | Giải hệ phương trình (2) |  |
| Điều kiện:  (2)      Kết luận nghiệm của hệ phương trình | 0.25  0,5  0.75  1  0,5 |
| **3**  **3.0** | Áp dụng BĐT Bu-nhia-cốp-xki ta có:  (1)  Tương tự  (2)  (3)  Từ (1), (2), (3)  0.  Do    Nên    Dấu “ =” xãy ra khi | 0.5  0.5  0.25  0.25  0.5  0.5  0.25  0.25 |
| **4**  **2.0** | **=** | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **5a**  **2.0** |  | 0.5  0.25  0.25  0.5  0.5 |
| **5b**  **2.0** | Gọi S là diện tích tam giác ABC, K và H lần lượt là tiếp điểm của đường tròn với các cạnh AB, AC; r là bán kính đường tròn. ta có:  2S = AB.AC = (AK + KB).(AH + HC)  = (r + KB).(r + HC)  = (r + BI).(r + CI)  = r2 + r.BI + r.CI +BI.CI  = r.(r + BI + CI) + BI.CI  = r.p + BI.CI  = S + BI.CI | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **6**  **3.0** | Gọi M là trung điểm của BI và N là hình chiếu vuông góc của G lên BI.  A    Ta có GN//AI  E là trọng tâm ACD  cân tại GA,B,E thuộc đường tròn tâm G,  bán kính GE  vuông cân tại G  Phương trình (AG):(AG): x + 13y – 51 = 0  GA = GE    Phương trình (BD) đi qua E và M: 5x – 3y – 17 = 0  Phương trình đường tròn (G) tâm G, bán kính GE:  B là giao điểm thứ hai của (BD) và đường tròn (G)  AD qua A và vuông góc với AB, phương trình (AD):4x + y = 0  D là giao điểm của (BD) và (AD) nên D(1;-4) | 0.5  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |

SỞ GIÁO DỤC QUẢNG NAM KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 10

TRƯỜNG THPT CHU VĂN AN NĂM HỌC 2016-2017

MÔN TOÁN

Thời gian: 180p(không kể thời gian giao đề)

Câu 1: a(3đ). Giải phương trình 

b(2đ). Giải hệ phương trình: 

Câu 2(4đ): Tìm m để đường thẳng  cắt parabol (P): tại hai điểm A,B sao cho  .

Câu 3(4đ):Với  là 3 số thực dương,hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



Câu 4:

a(2đ): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD có đáy là AD và BC, biết rằng AB = BC, AD = 7. Đường chéo AC có phương trình x – 3y – 3 = 0; điểm M(-2; -5) thuộc đường thẳng AD. Tìm tọa độ đỉnh D biết rằng đỉnh B(1;1).

b(2đ): Trên cung AB của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD ta lấy điểm M khác A và B.Gọi P,Q,R,S là hình chiếu của M trên các đoạn thẳng AD,AB,BC,CD. Chứng minh rằng  và giao điểm của chúng nằm trên một trong hai đường chéo của hình chữ nhật ABCD.

Câu 5(3đ): Cho tam giác ABC có trực tâm H và nội tiếp trong một đường tròn tâm O.Chứng minh rằng  .

--------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Nội dung | điểm |
| Câu 1 a | - đk  ,đặt  ,  - pttt | 0*.*5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |
| Câu 1 b | Hệ tương đương với  Đặt  Với  với | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| Câu 2 | - phương trình hđgđ:  Đk để cắt tại 2 điểm A,B:  - ta có          KL | 0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |
| Câu 3 | - với  áp dụng AM-GM ta có:    Do  ta có    (1)  Tương tự ta có  (2)  (3)  (1)+(2)+(3) vế theo vế ta được  Đẳng thức xảy ra khi  Vậy | 1.0  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |
| Câu 4a | cân tại B nên  AC là phân giác  Gọi I là hình chiếu của B trên AC  Gọi N là điểm đối xứng của B qua AC và I là trung điểm BN  Đường thẳng qua M,N | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| Câu 4b | Gọi O là tâm hình chữ nhật ABCD. Dựng hệ trục Oxy với  Giả sử bán kính đường tròn là R thì phương trình đường tròn ngoại tiếp ABCD là    nằm trên cung AB nên    nên      Gọi  nên tọa độ I là nghiệm hệ    Đường thẳng BD: | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| Câu 5 | - dựng đường kính AD  là hình bình hành | 0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM**  **ĐỀ THAM KHẢO** | **KỲ THI OLYMPIC 24/3**  **NĂM HỌC 2016 – 2017** |
| Môn thi: **TOÁN 10**  Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*  Ngày thi:25 tháng 3 năm 2017 |

**Câu 1**: **(5.0 đ)** Giải hệ phương trình : 

**Câu 2: (5.0 đ)**

a) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10chiếc , xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu , loại B giá 3triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. b) Cho  có H là trực tâm và các đường cao là AA’ ; BB’ ; CC’ . Biết AA’ = 3 ; CC’ = và  . Tìm diện tích tam giác

**Câu 3: (4.0 đ)** Câu 3 Cho  là các số thực dương thỏa mãn : . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : 

**Câu 4: (2.0 đ)** Cho hàm số Cho tam giác . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức .

**Câu 5: (4.0 đ)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông *ABCD.* Trên các cạnh *AB, AD* lấy hai điểm *E* và *F* sao cho *AE = AF.* Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *A* trên *BF.* Giả sử  và điểm *C* thuộc đường thẳng .Tìm tọa độ điểm C

--------------------------------------------hết-------------------------------------------------

**ĐÁP ÁN**

|  |  |
| --- | --- |
| **CÂU 1** ( 5 điểm) Điều kiện :  Từ phương trình  ta có | 0,5  0,5 |
| Thay vàota được pt:  , Đ/K              Giải (a) có nghiệm x = -1 ; y= 0 v x=2 ; y = 3  Do điều kiện nên (b) vô nghiệm  Vây hệ phương trình có hai nghiệm ( -1;0) (2;3) | 0;5  0;5  0;5  0;5  0;5  0;5  0;5  0;5  0;5 |
| **Câu 2** **(5.0 đ)** **a) (2 điểm 5)** Gọi x, y lần lượt là số xe loại A, B cần dùng .  Theo đề bài thì cần tìm x, y sao cho T(x,y) = 4x+3y đạt giá trị nhỏ nhất.  Ta có:  Miền nghiệm (S) của hệ II được biểu diễn bằng tứ giác ABCD kể cả biên như hình vẽ : | 0;5  O;5 |
| Ta biết rằng T nhỏ nhất đạt tại các giá trị biên của tứ giác ABCD, nên ta cần tìm các toạ độ các đỉnh S  A(x,y) là nghiệm hệ:  B(x,y) là nghiệm hệ  C(x,y) là nghiệm hệ  D(x,y) là nghiệm hệ  Tính giá tri T(x, y) tại các điểm biên:  T(A) = 4.5+3.4 = 32(triệu) T(B) = 4.10+3.2 = 46(triệu)  T( C ) = 4.10+3.9 = 67(triệu) T(D) = 4.+3.9 = 37(triệu)  Vậy T(A) = 32 triệu là nhỏ nhất nên chọn 5 xe A và 4 xe B. | 0;5  0;5  0;5 |
| b) **( 2 điểm 5)** Cho  có H là trực tâm và các đường cao là AA’ ; BB’ ; CC’ . Biết AA’ = 3 ; CC’ = và  . Tìm diện tích tam giác ? |  |
| * Gọi A, B và C là 3 góc của tam giác ABC   \* =>  Tứ giác AC’A’C nội tiếp trong đường tròn nên    Suy ra cotgA = ½ cotgC = 1/3 ; cotag B = 1 => B = 450 Vậy S = 6 | 0;5  0;5  0;5  0;5  0;5 |
| **Câu 3( 3 điểm)** Cho  là các số thực dương thỏa mãn : . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : |  |
| Từ điều kiện: , ta suy ra:  ; ; | 1;0 |
| Ta có:  (áp dụng BĐT Cauchy)  Vậy | 1;0  1;0  1;0 |
| **Câu 4: (2.0 đ)** Cho hàm số Cho tam giác . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức |  |
| Gọi I trung điểm B ;C  Gọi J trung điểm A ;I  ⬄ ⬄ 4MJ=AB  Vậy tập hợp điểm M là đường tròn Tâm J trung điểm AI và R = MJ/4 | 0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5 |
| **Câu 5 ( 4 điểm )** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông *ABCD.* Trên các cạnh *AB, AD* lấy hai điểm *E* và *F* sao cho *AE = AF.* Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *A* trên *BF.* Giả sử  và điểm *C* thuộc đường thẳng . Tìm tọa độ C |  |
| \* Gọi . Khi đó ta có  (cùng phụ góc )  Suy ra  \*nên *BCME* là hình chữ nhật.  Gọi *I* là tâm của hình chữ nhật *BCME,* suy ra  (1)  Tam giác *MHB* vuông tại *H* nên  (2)  Từ (1) và (2) suy ra tam giác *HEC* vuông tại H  \*Ta có: , nên .  Vậy | 0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5  0 ;5 |

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI OLYMPIC NĂM HỌC 2016 - 2017**  **MÔN TOÁN- LỚP 10**  **Thời gian làm bài:150 phút, không kể thờigian giao đề.** |

**Câu 1** (5 điểm).

Giải hệ phương trình sau:

1. 

**Câu 2** (3 điểm).

Cho các số thực *a, b, x, y* thoả mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Câu 3** (3 điểm).

Cho tam giác *ABC* có các góc *A, B* thỏa điều kiện:

.

Chứng minh tam giác *ABC* là tam giác đều.

**Câu 4** (3 điểm).

Cho tứ giác lồi *ABCD.* Xét *M* là điểm tùy ý. Gọi *P, Q, R, S* là các điểm sao cho:

; ;

; .

Tìm vị trí của điểm *M* sao cho *PA = QB = RC = SD.*

[**Câu 5:**](De_thi_khao_sat_khoi_10_09-10%20ST.doc) *(4 điểm)*

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho tam giác  cân tại  có phương trình hai cạnh là , điểm  thuộc đoạn thẳng . Tìm tọa độ điểm  sao cho  có giá trị nhỏ nhất.

-------------------HẾT---------------------

**Ghi chú**: *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| **Câu 1:** | a)Giải hệ phương trình: |  |
| \* Điều kiện: x + y > 0 | 0,5 |
| \* (1) ⇔ (x2 + y2)(x + y) + 8xy = 16(x + y)  ⇔ [(x + y)2 – 2xy ] (x + y) – 16(x + y) + 8xy = 0  ⇔ (x + y)3 – 16(x + y) – 2xy(x + y) + 8xy = 0  ⇔ (x + y)[(x + y)2 – 16] – 2xy(x + y – 4) = 0  ⇔ (x + y – 4)[(x + y)(x + y + 4) – 2xy] = 0 | 1  0,5 |
| ⇔ | 0,5 |
| Từ (3) ⇒ x + y = 4, thế vào (2) ta được:  x2 + x – 4 = 2 ⇔ x2 + x – 6 = 0 ⇔ . | 0,5 |
| (4) vô nghiệm vì x2 + y2 ≥ 0 và x + y > 0. | 0,5 |
| Vậy hệ có hai nghiệm là (–3; 7); (2; 2) | 0,5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | NỘI DUNG | ĐIỂM |
| **Câu 2:** | Cho cácsố thực , , ,  thỏa mãn điều kiện .  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . |  |
| Viết lại . | 0,5 |
| Đặt , , . Ta có . Mà  nên . Đẳng thức xảy ra khi  là hình chiếu của  trên . | 1,5 |
| Suy ra . | 0,5 |
| Vậy  đạt được chẳng hạn khi . | 0,5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | NỘI DUNG | ĐIỂM |
| **Câu 3:** | Cho tam giác *ABC* có các góc *A*, *B* thỏa điều kiện :  sin + sin = 2cos.  Chứng minh tam giác *ABC* là tam giác đều. |  |
| Ta có: sin( ) + sin() = 2 sin() cos() .  1 sin() > 0; cos() > 0  0   <  cos()cos()  cos()cos() | 1 |
| Từ sin( ) + sin() = 2cos() và cos()>0  Suy ra : 2sin()cos() >0  Hay cos()>0. | 0,5 |
| Kết hợp với sin()1, ta có sin()cos()cos()  Do đó: 2 sin()cos()  2cos()  2cos() | 0,5 |
| Vì vậy nếu sin( ) + sin() = 2cos() thì phải có:  *A* = *B* = .  Vậy tam giác *ABC* là tam giác đều. | 1 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | NỘI DUNG | ĐIỂM | |
| **Câu 4:** | Cho tứ giác lồi *ABCD.* Xét *M* là điểm tùy ý. Gọi *P, Q, R, S* là các điểm sao cho  ;  ;  Tìm vị trí của điểm *M* sao cho *PA = QB = RC = SD.* |  | |
| Giả sử có điểm *M* thỏa bài toán. Gọi *G* là điểm sao cho  . | 0,5 | |
| Từ , ta có .  Tương tự , , . | 0,5 | |
| Do đó *PA = QB = RC = SD* *GA = GB = GC = GD.* | 0,5 | |
| Nếu *ABCD* là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn tâm *O* thì *G* trùng *O* và *M* là điểm duy nhất xác định bới . Kiểm tra lại thấy thỏa *PA = QB = RC = SD*. | 1 | |
| Nếu *ABCD* không phải là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn thì không tồn tại điểm *M*. | 0,5 | |
| **Câu 5: Tìm tọa độ điểm  sao cho  có giá trị nhỏ nhất** | | |  | |
| - Phương trình các đường phân giác góc A là    - Do Δ cân tại  nên phân giác trong ()  của góc vuông góc với BC | | |  | |
| - , khi đó  đi qua và có vtpt ;  ⇒Phương trình cạnh :  Tọa độ  :  Tọa độ   :  Khi đó  ;  ngược hướng ;  nằm hai phía () ( thỏa mãn) | | |  | |

**Sở GD &ĐT Quảng Nam**

**Trường THPT Nguyễn Khuyến ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN 10**

**Năm học 2016- 2017**

**Câu 1: (5 điểm)**

a/ Giải phương trình:

b/ Giải hệ phương trình: 

**Câu 2**: ( 4 điểm) Cho hàm số:  (P).

a/ Khảo sát chiều biến thiên và vẽ đồ thị (P)

b/ Xác định điểm M thuộc (P) để OM ngắn nhất.

c/ CMR: Khi OM ngắn nhất thì đường thẳng OM vuông góc với tiếp tuyến tại M của (P).

**Câu 3** (3 điểm).

*a/* Cho tứ giác lồi *ABCD.* Xét *M* là điểm tùy ý. Gọi *P, Q, R, S* là các điểm sao cho:

; ;

; .

Tìm vị trí của điểm *M* sao cho *PA = QB = RC = SD.*

b/ Xét dạng tam giác ABC thỏa mãn:

**Câu 4**: ( 4 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC nhọn . Đường thẳng chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC có phương trình lần lượt là: 3x+5y-8=0 và x-y-4=0. Đường thẳng đi qua A vuông góc với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là D(4;-2) . Viết phương trình các cạnh AB, AC biết hoành độ điểm B lớn hơn 3

**Câu 5:** (4 điểm) Cho ba số a, b, c khác 0. Chứng minh: 

**-----------------------------**

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bài | Đáp án | điểm |
| 1.a | Điều kiện: x ≥ -2  ∙Với x = -2, không thỏa mãn phương trình.  ∙Với x > -2, phương trình tương đương      Đặt  Phương trình trên trở thành: 3u2 - 10u +3 = 0 ⇔ u = 3 hay u =  ∙ Với u = 3 ta được :  ⇔ x2 -11x - 14 = 0  ∙ Với u = ta được : ⇔ 9x2 - 19x + 34 = 0 (vô nghiệm)  So sánh với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là: | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| 1.b | Ta có: (1) ⇔  ⇔  Với *x = y*: Thay vào (2) ta được x = y = 2  Với *x = 4y*: Thay vào (2) ta được  Vậy hệ trên có nghiệm : | 1  0.75  1  0.25 |
| 2  a/(1 đ) | +Txđ + Tọa độ đỉnh  +Trục đối xứng + Bảng biến thiên  +Sự biến thiên + Bảng giá trị  + Vẽ đồ thị | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **2.b**  (1đ) | +  +  ngắn nhất  +  nhỏ nhất  +  nhỏ nhất  khi và chỉ khi :  + Có 2 điểm M cần tìm là: | 0,25  0;25  0,25  0,25 |
| **2.c**  (2đ) | +Tại điểm  +Tìm được hệ số góc của đường thẳng  : k =  + Tìm được hệ số góc của tiếp tuyến tại đểm  là  + Suy ra được :  + Tương tự tại điểm | 0,5 đ  0,75đ  0,25  0,5 |
| **Câu3a**  **1,5đ** | *.*Giả sử có điểm *M* thỏa bài toán. Gọi *G* là điểm sao cho  .  Từ , ta có .  Tương tự , , .  Do đó *PA = QB = RC = SD* *GA = GB = GC = GD.*  Nếu *ABCD* là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn tâm *O* thì *G* trùng *O* và *M* là điểm duy nhất xác định bởi . Kiểm tra lại thấy thỏa *PA = QB = RC = SD*.  Nếu *ABCD* không phải là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn thì không tồn tại điểm *M*. | 0,25  0,25  0,25    0,5  0,25 |
| **Câu 3b**  **1,5đ** | Do đó    Vậy tam giác cân và có góc 600 nên là tam giác đều. | 0,5  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **Câu4**  4đ | + Tìm được trung điểm M của BC là :  + Phương trình của đường thẳng AD đi qua D và vuông góc với BC :  x+y-2=0  + A là giao điểm của AD và AM : A(1;1)  + Gọi N là trung điểm của AD :  + Phương trình đường trung trực của AD là (a) : x-y-3=0  + Phương trình đường trung trực của BC là (b) : x+y-3=0  + Goi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Suy ra I là giao của (a) và (b) : I(3;0) và IA= là bán kính.  + Phương trình dường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng:  (C) :  +Tọa độ của B,C là giao của (C) và đường thẳng BC . Vì hoành độ của B lớn hơn 3 nên B(5;1) C(2;-2) | 0,25  0,5  0,25  0,5  0,5  0,5  0,5  0,5  0,5 |
| Câu 5  (4đ) | Áp dụng BĐT Cô–si, ta có:  (1)  (2)  (3)  Cọng (1) , (2) và (3) theo vế ta được đpcm | 1đ  1đ  1đ  1đ |



**SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM**

**TRƯỜNG THPT SÀO NAM**

----------------///--------------

**KỲ THI OLYMPIC 24 – 3**

**Môn: Toán 10.** Năm học 2016-2017

Thời gian: 150 phút ( không kể thời gian giao đề)

**Câu 1**: (5 điểm)

a/ Giải phương trình 

b/ Giải hệ phương trình 

**Câu 2**: (2 điểm)

a/ Cho hàm số 

Tìm m để hàm số trên có tập xác định D = R

b/ Cho hàm số  có đồ thị (C) và đường thẳng d: . Tìm m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài AB bằng .

**Câu 3**: (4 điểm)

a/ Cho  và  . Chứng minh rằng:



b/ Cho  và . Tìm giá trị lớn nhất của



**Câu 4**: (2điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi M là điểm di động trên đường chéo AC. Kẻ ME vuông góc AB tại E và kẻ MK vuông góc BC tại K. Xác định vị trí M trên AC để diện tích tam giác DEK đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5**: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có A; trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là I. Tìm toạ độ các đỉnh B; C

**Câu 6**: (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn và G là điểm bất kỳ trong tam giácABC; qua G vẽ các tia vuông góc với BC, CA, AB lần lượt cắt các cạnh đó tại D, E, F. Trên các tia GD, GE, GF lấy các điểm  sao cho  . Gọi H là điểm đối xứng  qua G.

a/ CMR: HB’ song song với GC’

b/ Chứng minh G là trọng tâm tam giác 

--------------- Hết------------------

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1:**  a/ (2 điểm)  Điều kiện:  Đặt    Pt thành:    Giải ra | 0.25  0.25  0.25  0.5  0.25  0.5 | \* Xét m= 1 bpt thành 3>0  đúng  m = 1 là giá trị cần tìm  \* Xét  ycbt    Vậy: | 0.25  0.25  0.25 |
| **Câu 2b** (2điểm)  Pthđgđ    (C) cắt d tại 2 điểm pb  Gọi | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.5  0.25  0.25 |
| **Câu 1b**/ 3điểm  Điều kiện  Hệ pt thành  Đặt  Hệ thành    Với  Với vô nghiệm | 0.25  0,5  0,5  0.25  0.5  0.5  0.25  0.25 |
| **Câu 3 a** (2điểm)    mà  Tương tự suy ra | 0.5  0.5  0.25  0.75 |
| **Câu 2:a**/ (1điểm)  Hs có TXĐ D = R | 0.25 |
| **Câu 3b**: 2điểm    Đặt  Điều kiện:    Lập bảng biến thiên  trên  MaxE = 55 khi    A  E  D  K  C  B  M | 0.5  0.5  0.25  0.5  0.25 | **Câu 6** a: 2điểm  B    F  D  H  G  A’  C  A  E  B’  Ta có  G H =GA’ nên ta có    Từ (1) và (2) suy ra  đồng dạng    Mà | 0.25  0.5  0.25  0,25  0,25  0.25  0.25 |
| **Câu 4:** 2điểm  Đặt    +    Ta có      Suy ra M là trung điểm AC. | 0.5  0.25  0.25  0.5  0.25  0.25 |
| **Câu 6b**: 1 điểm  Chứng minh tương tự câu a    là hình bình hành      G là trọng tâm  ------------Hết------------- | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **Câu 5:** 3điểm  Gọi  là điểm đối xứng của A qua I    Chứng minh được  là hình bình hành  Gọi M là tâm hbh  M là trung điểm  Ph trình BC:  . Ph trình đường tròn (C) ngoại tiếp  :    Giải hệ  Tìm được  Hoặc | 0.25  0.5  0.25  0.5  0.25  0.5  0.5  0.25  0.25 |

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT QUẢNG NAM  TRƯỜNG THPT NÚI THÀNH  **ĐỀ ĐỀ NGHỊ** | **KỲ THI OLYMPIC 24/3 NĂM HỌC 2016-2017**  **ĐỀ THI MÔN: TOÁN 10 - THPT**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.* |

**Câu 1 (2 điểm).** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số sau có tập xác định là 



**Câu 2 (6 điểm).**

a) Giải phương trình 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3 (2 điểm).** Cho (P): y = 2x2 – 2x + 1 có đỉnh I và đường thẳng d: y = *m*. Tìm tất cả các giá trị của  để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB vuông.

**Câu 4 (7,0 điểm).**

a) Cho tam giác ABC có AB = 10, AC = 4 và . Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = 6 và điểm E trên tia đối của tia AC sao cho AE = x. Tìm x để BE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho hình chữ nhật  có , điểm ** nằm trên đường thẳng. Gọi giao điểm của đường tròn tâm  bán kính  với đường thẳng  là . Hình chiếu vuông góc của  trên đường thẳng là điểm  Tìm tọa độ các điểm 

c) Cho tam giác  không vuông với độ dài các đường cao kẻ từ đỉnh  lần lượt là , độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh là  . Tính  , biết 

**Câu 5 (3,0 điểm).** Cho là độ dài 3 cạnh của một tam giác có chu vi bằng 3. Chứng minh rằng:

.

Đẳng thức xảy ra khi nào?

**------Hết------**

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1** | **(2,0đ)** | + Hs có tập xác định R f(x) = > 0  + TH1: m = 1  f(x) = 4 > 0  Do đó m = 1 thỏa đề.  + TH2: m ≠ 1  f(x) > 0    + Kết luận: | 0.25  0,25  0.5  0.5  0.5 |
|  |  |  |
| **Câu 2** | **1.**  **(2,5đ)** | Đk:  (\*)  Pt đã cho tương đương với        Vậy: Tập nghiệm của phương trình: S = | 0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |
|  | **2.**  **(3.5đ)** | + y = x, thế vào pt(2):  y = x = 0.  + y = 2x – 1, thế vào (2):  + Kết luận: | 1,0  1,0  1,0  0.5 |
| **Câu 3** | **(2đ)** | Cho (P): y = 2x2 – 2x + 1 có đỉnh I và đường thẳng d: y = *m*. Tìm tất cả các giá trị của  để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB vuông.  + PT hoành độ giao điểm của (P) và d: 2x2 – 2x + 1 – m = 0 (\*).  + Đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B  Pt (\*) có 2 nghiệm phân biệt x1, x2  m >  + Ta có I(;), A(x1; m), B(x­­2; m)  Tam giác IAB vuông tại I khi và chỉ khi    + Kết luận: m = 1 | 0.25  0.25  0.5  0,5  0,5 |
|  |  |  |  |
| **Câu 4**  **(7.0đ)** | **a)**  **(2đ)**  **b)**  **(3đ)**  **c)**  **(2đ)** | + Tính BE2 = x2 – 10x + 100  + BE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE khi  BE2 = BA.BD  = x2 – 10x + 100 = 10(10 + 6)  Giải tìm được x =    Gọi , do  nên, suy ra  *CN* có véc tơ pháp tuyến  nên phương trình  Tọa độ *C* thỏa mãn hệ , suy ra  Do  và  nên *C* là trung điểm *DE*, suy ra . Do đó *D* đối xứng với *N* qua *AC*.  Phương trình , từ đó suy ra  Do  nên  Vậy    Vẽ đường cao *BM* và *CN* của tam giác *ABC* (). Gọi *K* là trung điểm của *BC*, qua *K* kẻ đường thẳng song song với *CN* và *BM* cắt *AB*, *AC* lần lượt tại *E* và *F*. Khi đó *E* là trung điểm *BN* và *F* là trung điểm *CM*.  Bốn điểm  nằm trên đường tròn đường kính , theo định lý sin trong tam giác *EKF* ta được .  Áp dụng định lý cosin trong tam giác *EKF* ta được :      (vì ). | 0.5  1,0  0,5  0,5  1,0  0,5  1,0  0,5  0,5  0,5  0,5 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 5**  **(3.0đ)** |  | Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với    Ta chứng minh  Thật vậy,  luôn đúng  do .  Tương tự, ta cũng được    Từ (1), (2) và (3) ta được:    Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hay tam giác đã cho là tam giác đều | 0.5  0.5  0.5  0,5  0,5  0.5 |

**Lưu ý:** Các cách giải khác, nếu đúng thì cho điểm tương đương như trên

----------- HẾT-------------